

非線形逆系を用いた肺胞気炭酸ガス濃度の定値制御*

若松 秀俊**・影井 清一郎***・野城 真理**

1. ま え が き

呼吸器系を制御対象とみなしたときに、体組織中の代謝量に変動があっても、肺胞気炭酸ガス濃度を一定に保とうとする試みが人工呼吸器の開発とともに幾つか行われてきた。そのなかで提案されている制御法の多くは PID 制御方式によるものであり、そのための制御系の設計は非線形系として表示された制御対象を線形近似して得た数式モデルについて行っている¹⁻⁴⁾。しかしながら、制御対象が本質的に非線形系であることから制御法則を定めるパラメータの決定に難点があり、この方式による制御には理論上限界がある。

ここでは、呼吸器系を線形系で近似することなく、双線形系のまま扱って、肺胞気炭酸ガス濃度を精度よく一定に保つことのできる非線形定値制御方式を理論的に試みた⁵⁻⁷⁾。

2. 研究の目的と方法

〔目的〕 代謝量変動しても、肺胞気炭酸ガス濃度を一定に保つために、肺胞換気量を調節する制御法則を求める。またこの制御法則を用いて、これまでに行われていた手動および PID 制御に代って、人工呼吸器を自動的に駆動し、肺胞気炭酸ガス濃度を最適値に精密に保つような非線形制御の方式を確立する。

〔方法〕 制御対象である呼吸器系において、肺胞換気量と体組織中の代謝量を入力とみなし、肺胞気炭酸ガス濃度を出力（制御量）とみなす。このとき、通常観測が困難な入力である代謝量を時間遅れを伴いながらも「逆系」^{注1)}とよばれる非線形観測器を用いて一意に再現する。次に、再現した代謝量の変動分の肺胞気炭酸ガス濃度に与える影響分を理論的に算出し、この影響分を相殺するために必要な「入力値の設定が容易」な肺胞換気量を「動的補償器」^{注2)}から求めて、これを呼吸器系に与えることによって肺胞気炭酸ガス濃度を一定に保つ。

3. 呼吸器系の記述

肺胞気炭酸ガス濃度を x [vol %]、混合静脈血の炭酸ガス濃度を y [vol %]、炭酸ガス体積に換算した単位時間当りの体内の代謝量を m [l/min]、単位時間当りの肺胞換気量を u [l/min]、また肺胞の全容積を V_1 [l]、体組織の等価全容積を V_2 [l]、血流量を Q [l/min] とする。

このとき呼吸器系は基本的には、式 (1) で表記できることが知られている⁸⁾。

$$\begin{cases} dx/dt = [u\{F^i(\text{CO}_2) - x\} + Q(y - B\alpha x - \beta)]/V_1 \\ dy/dt = [m - Q(y - B\alpha x - \beta)]/V_2 \end{cases} \quad (1)$$

ただし $F^i(\text{CO}_2)$ 、 B 、 α 、 β は定数である。

一般に、血流量 Q は代謝量 m の増加に従って増大する傾向にある。これを一次遅れの特性で近似する^{注3)}。

式 (1) を $X^T = [x, y]$ を状態変数 $U^T = [u, m]$ を入力とするベクトル微分方程式 (2) に書き改める。

$$dX/dt = AX + uBX + CU + D \quad (2)$$

4. 制御系の構成原理

ポルテラ型非線形系に関する目標値追従非線形制御方式^{注5)}を双線形系として記述した呼吸器系の制御に拡張適用する。

制御対象（呼吸器系）を H とする。このとき、代謝量 m を理論的に再現する観測器としての逆系を K_m とする。また代謝量の変動分による肺胞気炭酸ガス濃度への影響分を補償し、肺胞気炭酸ガス濃度を目標値 x_d [vol %] に制御するための入力（肺胞換気量） u [l/min] を発生させる動的補償器を C_u とする。

これらを組み合わせて、第 1 図に示した制御系を構成する。その制御原理について以下に詳述する。

4.1 代謝量 m を再現する動的観測器 K_m

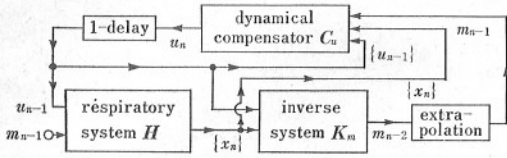
この観測器は既知の肺胞気炭酸ガス濃度 x と肺胞換気量 u を用いて、呼吸器系 H に入る観測困難な代謝量 m を再現する条件逆系^{注6)}として構成できる。

ここに制御対象（呼吸器系） H は式 (2) からわかるように低次^{注7)}の双線形系なので、式 (2) を離散化して得られる式^{注8)}をもとにして、条件逆系 K_m

* 昭和56年2月20日受付、昭和56年8月18日改訂

** 東京医科歯科大学医工用器材研究所

*** 横浜国立大学工学部情報処理教室



第1図 呼吸制御系の構成図

Fig. 1 Nonlinear control system of respiration

が具体的に式(3)として与えられる。式(3)は代謝量 m が 1-delay 注9) で一意に再現できることを示している。

$$m_{n-2} = \{x_n + \theta_{1,n-1}x_{n-1} + \theta_{2,n-1}x_{n-2} + \theta_{3,n-1}\} / \delta \quad \text{注10)} \quad (3)$$

4.2 動的補償器 C_u の構成

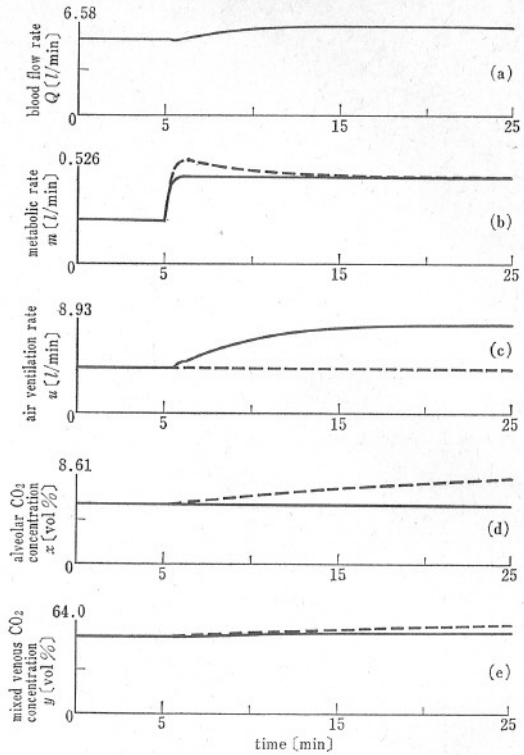
式(3)に示した条件逆系 K_m を用いて代謝量 m_{n-2} を再現した後、これを用いて現在時刻の代謝量 m_{n-1} を外挿する。動的補償器 C_u はこの m_{n-1} を用いて 1 時刻後の肺胞気の炭酸ガス濃度 x_{n+1} を目標値 x_d に一致させるような肺胞換気量 u_n を求める系である。これを式(4)で示した。

$$u_n = (x_d - \delta m_{n-1} + \xi_n) / \zeta_n \quad \text{注11)} \quad (4)$$

5. シミュレーション実験結果と考察

式(2)で示した呼吸器系に付録5に示す定数を与えて、サンプル間隔 τ を 0.2 min として、その動特性を解析した。このとき、肺胞気炭酸ガスと混合静脈血の炭酸ガス濃度の平衡点は $x_0 = 5.89 \text{ vol } \%$, $y_0 = 54.6 \text{ vol } \%$ になるので、制御量である肺胞気炭酸ガス濃度の目標値 x_d を平衡値 x_0 で与えた。

以下、代謝量 m が変動した場合に代謝量を再現し、これを二次関数で 1 時刻分外挿する。さらに動的補償器 C_u を用いて算出した肺胞換気量 u を制御入力として肺胞気炭酸ガス濃度を一定に保つような制御を行った。時刻 10 min において、代謝量がステップ状に変化注12) する場合について、血流量が代謝量とともに変化することを考慮したシミュレーション実験を行った。得られた結果を第2図に示した。これらは、代謝量に変化し、血流量が変わっても、代謝量は動的観測器によってほぼ忠実に再現されていることを、また代謝量が大きく変動した付近で再現された代謝量と実際の代謝量の差や 1 時刻分の外挿により生じた過渡時の若干の偏差を除いて、肺胞気炭酸ガス濃度が精度よく目標値に保つことができることを示している。



第2図 代謝量がステップ状に変化した場合の特性

- (a) 代謝量の変化による血流量 Q [l/min] の変化
- (b) 再現された代謝量 m [l/min]; 実線は血流量を一定と仮定した場合を、破線は血流量が代謝量とともに変化する場合を示している。
- (c) 肺胞換気量 u [l/min]; 実線は動的補償器より得られた制御入力を、また破線は一定の換気量 4.5 l/min を示している。
- (d) 肺胞気炭酸ガス濃度 x [vol %]
- (e) 混合静脈血炭酸ガス濃度 y [vol %]

(d), (e) において実線は制御を行った場合の応答を、破線は代謝量に変化しても一定の肺胞換気量 4.5 l/min を保ち、制御を行わなかった場合の応答を示す。

Fig. 2 Dynamic characteristics of respiratory system with step-like change in metabolic rate

- (a) Dynamic characteristics of blood flow rate Q [l/min]
- (b) Metabolic rate m [l/min] reproduced by nonlinear inverse. Solid line indicates m when Q is assumed to be constant whereas broken line indicates m when Q is dependent on the metabolic rate.
- (c) Air ventilation rate u [l/min] Solid line indicates compensating input u from nonlinear dynamical compensator, while broken line constant input $u = 4.5$ l/min.
- (d) Alveolar CO_2 concentration x [vol %]
- (e) Mixed venous CO_2 concentration y [vol %]

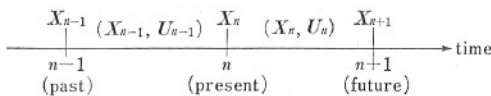
Solid lines indicate responses with compensation, while broken lines responses with constant air ventilation rate $u = 4.5$ l/min in (d) and (e).

6. あとがき

文 献

本論文では代謝量の変化分を呼吸器系（制御対象）への観測困難な外乱とみなし、その出力値（肺胞気炭酸ガス濃度）への影響分を値が自由に設定できる他の入力（肺胞換気量）によって等価的に補償し、一定の値に保つ非線形定値制御方式が双線形系である呼吸器系の制御に理論上、有効であることを示した。本研究では目標値を平衡点における肺胞気炭酸ガス濃度として議論しているが、目標値を任意に変化させて、それに追従させる制御も全く同様にしていることができる。すなわち、この非線形制御方式は、人工呼吸器の換気量制御の際に、代謝量の変動によって影響を受ける炭酸ガス濃度を所望の目標値に精度よく制御する必要のある場合について特に有効である。

- 注1 線形系と同様に非線形系でも出力時系列から入力時系列を唯一に再現できる系を逆系と定義する⁹⁾。
- 注2 一般には制御器に相当する。この場合、出力値への影響分を補償し、しかもこれが動的特性に基づいて構成されるのでこの呼称を用いた。
- 注3 特性を表す微分方程式を付録1に示した⁹⁾。
- 注4 A, B, C, D 各パラメータを付録2に示した。
- 注5 この制御方式はボルテラ汎関数で表現可能な非線形系に関するものである。すなわち非線形逆系を用いて測定が困難な入力（例えば外乱）を一意に再現し、制御対象の出力値へのこの入力の影響分を入力値が自由に設定しうる他の入力端子から等価的に補償を行うことによって、任意の目標出力値を実現する非線形制御方式である⁹⁾。
- 注6 非線形系において出力時系列のみから入力時系列を再現できる系が逆系である。その特別な場合として、一部の入力時系列が既知であるとき、他の特定の入力時系列を一意に再現できる系を条件逆系と定義している⁹⁾。
- 注7 ベクトルの次元が小さな双線形系のことである。ここでは次元が二次なので扱いが簡単である。
- 注8 式(2)を離散化した結果を付録3に与えた。
- 注9 単位サンプル時間の遅れを意味する。
- 注10 離散化した状態変数と入力関数相互の時間関係は第a図で示される。すなわち時刻 n における X_n は X_{n-1}, U_{n-1} から定まるので、代謝量 m は見掛け上 2-delay の条件逆系で再現されるが、実際には 1-delay で再現されている。また式中の係数 $\theta_{1,n}, \theta_{2,n}, \theta_{3,n}, \delta$ を付録4に示した。



第 a 図 離散時間における状態変数と入力関数の時間の相互関係
 Fig. a Time relation between state variable X_n and U_n (sampling number n being at time 0)

- 注11 δ, ξ_n, ζ_n を付録4に示した。
- 注12 代謝量が不連続に変化しないように、代謝量を $m_0(2 - e^{-(t-25\tau)})$ で近似した。

- 1) M. J. Frumin, N. A. Berman & D. A. Holady : Carbon dioxide and oxygen blood levels with a carbon dioxide controlled artificial respirator, *Anesthesiology*, 20, 313/320 (1959)
- 2) 神山守人, 橋直也, 山村秀夫 : 調節呼吸の自動制御について, *麻酔*, 17, 1047/1048 (1968)
- 3) 三田村好矩, 三上智久, 菅原宏見, 吉本千禎 : 最適呼吸制御装置による呼吸の自動管理, *医用電子と生体工学*, 9-6, 397/405 (1971)
- 4) G. H. Holloman, H. T. Milhorn & T. G. Coleman : A sample-data regulator for maintaining a constant alveolar CO_2 , *J. Appl. Physiol.*, 25, 463/468 (1968)
- 5) H. Wakamatsu : Inverse systems of nonlinear plant represented by discrete Volterra functional series, *Prepr. 8th IFAC World Congr., Math. Syst. Theory*, 3, 19/24 (1981)
- 6) 若松秀俊 : 離散化ボルテラ汎関数で表示した非線形系の逆系とそれを用いた制御系の構成, *計測自動制御学会第5回システムシンポジウム論文集*, 53/58 (1979)
- 7) 若松秀俊, 影井清一郎, 野城真理 : 非線形逆系を用いた肺胞内炭酸ガス濃度を一定に保つ呼吸制御系, *医用電子と生体工学*, 19-特別号, 123 (1981)
- 8) R. P. Mohler : *Bilinear control processes*, Acad. Press, N. Y. (1973)
- 9) E. Asmussen : Muscular exercise, *In Handbook of Physiology. Sect. 3 Respiration*, ed. by W. O. Fenn & H. Rahn, Vol. 2, Chap. 36, Am. Physiol. Soc., Washington, D. C. (1965)

付録1 a, b を定数, m_0 を定常状態における代謝量とする。血流量 Q は初期値を Q_0 とするとき以下の式に従って代謝量の変動とともに変化するものとした。

$$dQ/dt = a_Q Q + b_Q (m - m_0)$$

付録2 式(3)で用いた係数 A, B, C, D を以下に示す。

$$A = \begin{bmatrix} -QB\alpha/V_1 & Q/V_1 \\ QB\alpha/V_2 & -Q/V_2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1/V_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} F^i(CO_2)/V_1 & 0 \\ 0 & 1/V_2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -Q\beta/V_1 \\ Q\beta/V_2 \end{bmatrix}$$

付録3 式(2)を離散時間で表現すると

$$\begin{cases} x_n - x_{n-1} = a_{11}x_{n-1} + a_{12}y_{n-1} + b_{11}x_{n-1}u_{n-1} + c_{11}u_{n-1} + d_1 \\ y_n - y_{n-1} = a_{21}x_{n-1} + a_{22}y_{n-1} + c_{22}m_{n-1} + d_2 \end{cases}$$

ただしパラメータ $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, c_{11}, c_{22}, d_1, d_2$ はそれぞれ付録2の A, B, C, D の零でない要素にサンプル間隔 τ を乗じたものに対応している。

付録4 式(3), (4)で用いた係数を以下に示す。

$$\theta_{1,n-1} = \mu - b_{11}u_{n-1}$$

$$\theta_{2,n-1} = (1 + a_{22})(1 + a_{11} + b_{11}u_{n-2}) - a_{12}a_{21}$$

$$\theta_{3,n-1} = \eta_{n-1} - c_{11}u_{n-1}$$

$$\delta = c_{22}a_{12} (\neq 0)$$

$$\mu = -(2 + a_{11} + a_{22})$$

$$\eta_n = (1 + a_{22})c_{11}u_{n-1} + d_1a_{22} - d_2a_{12}$$

また

$$\xi_n = \mu x_n + \theta_{2,n}x_{n-1} + \eta_n$$

$$\zeta_n = c_{11} + b_{11}x_n$$

ただし

$$\begin{aligned} \zeta_n &= (F^i(\text{CO}_2) - x_n)\tau/V_1 \\ &= (3.95 \times 10^{-4} - x_n)\tau/V_1 \end{aligned}$$

で

$$x_n \gg 3.95 \times 10^{-4}$$

であるから、常に

$$\zeta_n \neq 0$$

である。

付録5

$$V_1 = 2.6 \text{ l}, V_2 = 40 \text{ l}, B\alpha = 3.03, \beta = 32 \text{ vol } \%$$

$$F^i(\text{CO}_2) = 3.95 \times 10^{-4}, a_Q = -0.31/\text{min},$$

$$b_Q = 7.5 \text{ l/min}, u_0 = 4.5 \text{ l/min}, m_0 = 0.2632 \text{ l/min},$$

$$Q_0 = 5.5 \text{ l/min}$$

Respiratory Control System with Nonlinear Inverse to Maintain Constant Alveolar CO₂ Concentration*

Hidetoshi WAKAMATSU**, Seiichiro KAGUER***, Makoto NOSHIRO**

The new method of controlling respiratory system to maintain constant alveolar CO₂ concentration is proposed. The controlled system is regarded as a two-input single-output system whose inputs are metabolic rate and air ventilation rate while the output is alveolar CO₂ concentration. The metabolic rate which cannot be easily observed is theoretically reproduced by using nonlinear inverse of the given controlled system. The contribution of metabolic rate change to the output value of alveolar CO₂ concentration is theoretically calculated and it can be compensated from the other explicit input terminal whose value can be easily set, by using the input function of air ventilation rate obtained from the nonlinear dynamic compensator.

* Received on Feb. 20th 1981, Revised on Aug. 18th 1981

** Institute for Medical and Dental Engineering, Tokyo Medical and Dental University, Tokyo

*** Department of Informatics, Faculty of Engineering, Yokohama National University, Yokohama