

部分的モデルマッチングによるボルテラ級数を用いた呼吸制御系の設計[†]

若松秀俊*・北森俊行**

Design of Respiratory Control Systems Using Volterra Series on the Basis of Partial Model Matching Technique

Hidetoshi WAKAMATSU* and Toshiyuki KITAMORI**

A method of controlling a respiratory system is proposed for the maintenance of a desired alveolar CO₂-concentration with the elimination of the effect of irregular metabolic rate change. This method is based on the model matching technique under the condition that a respiratory system is only partly described by Volterra series. That is, the contribution of air ventilation rate change to alveolar CO₂-concentration is regarded to be partially described by an input-output relation using finite order Volterra series; while that of metabolic rate change cannot be recognized at all. Based on such a limited knowledge of the controlled object, two kinds of control systems; one with cascade compensation and the other with feedback compensation are designed by computer-aided partial model matching technique with a given reference model. They provide a robust control against possible parameter deviation caused by the difference of individual patients, measurement error and chronic change which are characteristic in biological subsystems. That assures an application of the proposed method to a clinical control of respiration.

Key Words: respiratory control system, Volterra series, partial model matching, nonlinear system

[†] 第22回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭58・7)

* 東京医科歯科大学医用器材研究所
東京都千代田区神田駿河台 2-3-10

** 東京大学工学部 東京都文京区本郷 7-3-1

* Institute for Medical and Dental Engineering,
Tokyo Medical and Dental University, Chiyoda-ku, Tokyo

** Faculty of Engineering, University of Tokyo,
Bunkyo-ku, Tokyo

(Received October 19, 1984)

(Revised July 25, 1985)

1. はじめに

開胸手術時や筋弛緩剤の使用時など、自発呼吸が不可能な場合に、通常臨床で行われる人工呼吸には、生理的な調節機能に準ずるような血中炭酸ガス濃度の制御特性を必要とする。それゆえ、人工呼吸器の開発とともに、体組織中の代謝量の変動に対して、肺胞炭酸ガス濃度を生理的に安全な一定の変動幅に保とうとする種々の試みがなされてきた。ところで、呼吸器系のような生体サブシステムは、多くの場合、内部構造が必ずしも明確な形で記述することのできない、非線形システムである。したがって、その内部記述に立ち入った議論が困難であり、実際には入出力関係の概略の記述のみに限定されてしまう。しかも、これを特徴づけるパラメータの経時変化も考慮する必要があり、制御系の設計も必然的にこれらの制約を受けることになる。つまり、システムの記述法ならびに制御方式の選択は、こうした生体システムの制御に不可避の課題である。しかしながら、従来の方は制御対象の線形近似に頼った制御系の設計を基にしており、上記の2点を必ずしも十分に考慮していないのが実情である¹⁾。非線形系の記述に関しては、その理論的扱いに汎用性のある、適当な数式モデルを必要とする。これに適合する数式モデルとして、ここではボルテラ級数を採用する。その理由として、ボルテラ級数は表現上、線形系の延長上に位置し、広範囲な class の解析的な非線形系(注1)の入出力関係を一般的に表記するのに有効であることが知られていること、またそれを用いた解析、システム同定、逆システムの理論化など、多くの研究がなされ、実際に応用も可能な状況に

(注1) 時間 t および従属変数について、無限回連続微分が可能な非線形系をさす。

あることが挙げられる²⁾。つぎに制御系を設計する場合に、システム記述の不確かさが、どの程度許容できるのか、また正確に把握すべき構造や、パラメータが何であるのかを明確にした方法が必要である。この目的に合致するのが制御対象の部分的知識に基づいた制御系の設計法である(注2)。その理由は、この方法がシステム認識のより基本である低周波特性の認識から高周波特性への認識の拡大、また線形特性から非線形特性への認識の拡大を基礎としたものであり、線形系で用いられる基本的概念および方法をそのまま非線形系にまで拡張できるものと考えられるからである^{3),4)}。本論文では、これらの2点を考慮して本質的に非線形系として扱わなければならない呼吸器系の入出力関係をボルテラ級数で表現した場合に、内部状態に立ち入らずに、入出力情報のみを用いて制御系を構成して、肺胞気炭酸ガス濃度の制御を行う方法を提案する。この方法は、従来から行われてきたような、呼吸器系モデルの線形近似を基にした線形制御方式を排しながら、線形制御理論の延長としての非線形制御系の設計法を目指したものである。また、生体システム特有のパラメータ変動に対してロバスト性を備えた、しかも、目的や条件に合わせて制御の特性を柔軟に変化させることのできる部分的モデルマッチング法による制御系の設計法である。そして、それは、無限項をもつボルテラ級数で本来は表わされるべき制御対象を、実際には有限低次項で記述して制御系を設計するというような、いわば非線形項に関する制御対象の部分的知識を用いた方法を背景としたものである⁵⁾。具体的には、測定誤差、個体差、経時変化などによるパラメータ誤差や変動によって、その挙動がより限定された部分についてしか知り得ない場合を想定して制御系を構成するものである。すなわち、制御対象の逆システムをボルテラ級数を用いて近似的に構成しながら⁶⁾、適当な数値計算法の援用をもとに、ある制限範囲内で可能な限り参照モデルの特性と一致する、定常位置偏差を零にするような呼吸制御系の設計が可能であることを示すものである。

2. 制御系の設計法

まず、ボルテラ級数で表現される非線形制御対象について、モデルマッチング法に基づいた、縦続補償お

(注2) 線形制御対象について、その特性が完全には記述できないような状況为前提として制御系を構成した場合に、調整可能なパラメータの値を定めて、その特性を望ましい参照モデルの特性に可能な限り一致させる設計法である³⁾。制御対象が非線形系の場合についても、拡張適用が可能であることが示されている⁴⁾。

よびフィードバック補償による制御系設計の概略を説明する⁴⁾。

2.1 制御対象の記述と数式モデルの性質

制御対象を記述する数式モデルはボルテラ級数であり、この級数の集合を \mathfrak{D} とする。集合 \mathfrak{D} の任意の要素 T について、入力関数 $x(t)$ に対する出力関数を $T(x(t))$ で表わす。このとき、 \mathfrak{D} の要素の $T_a, T_b, T_c, R_a, R_b, E, Z$ について、以下のような演算法則が成り立つものと仮定する。

<結合則と分配則>

$$(T_b T_a)(x) = T_b(T_a(x)),$$

$$(T_a + T_b)(x) = T_a(x) + T_b(x),$$

$$(T_a + T_b)(T_c(x)) = T_a(T_c(x)) + T_b(T_c(x))$$

ただし、 $T_c(T_a + T_b)(x) = T_c(T_a(x)) + T_c(T_b(x))$ は必ずしも、成り立たない。

<単位要素および零要素の存在>

$$E(T(x)) = T(E(x)) = T(x),$$

$$Z(T(x)) = T(Z(x)) = 0, \quad Z(x) + T(x) = T(x)$$

<逆要素の存在>

$$T(R_a(x)) = R_b(T(x)) = E(x),$$

$$R_a(x) = R_b(x) = T^{-1}(x)$$

制御対象が上記の性質を満足していれば、集合 \mathfrak{D} の要素の特別なものと考えられる線形作用素を参照モデルとして用いても、制御系設計に要する全ての演算が可能である。

2.2 参照モデルの記述

参照モデル W としては、

$$W(s) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s^3 + \alpha_4 s^4 + \dots}$$

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \dots\}$$

$$= \{1, 1, 0.5, 0.15, 0.03, 0.003, \dots\} \quad (1)$$

で示される分母系列表現の伝達関数を用いる。この伝達関数は推奨されているパラメータ列の s に関する3次以上のモデルについては、通常の制御工学上の要請からいって、望ましいと考えられるステップ応答を示すものである³⁾。

2.3 縦続補償による制御系

Fig. 1 に示したように、制御対象 H 、補償器 C からなる一般的な縦続補償による連続時間表現の制御系を考える。参照モデル W を(1)式で与えた場合に、入力 u 、出力 x 、目標値 r および制御偏差 e の間には $x = H(u)$ 、 $u = C(e)$ 、 $e = r - x$ の関係がある。目標値 r と出力 x との関係を参照モデルにより、 $x = W(r)$ で表わすことが制御系の設計であるから、これを満足するように、2.1 節の性質を考慮して、制御器 C の設計を行う。これより、制御入力 u は

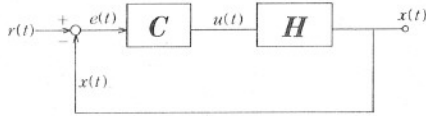


Fig. 1 Block diagram of nonlinear control system with cascade compensation

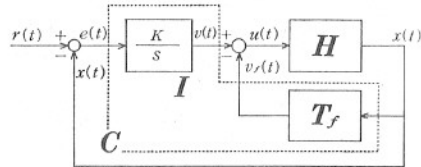


Fig. 2 Block diagram of nonlinear control system with feedback compensation

$$u = C(e) = H^{-1}(W^{-1} - E)^{-1}(e) \quad (2)$$

で与えられる。(2)式は制御器 C が制御対象 H の逆システム H^{-1} と参照モデル W から得られるシステム $(W^{-1} - E)^{-1}$ から成ることを示している。すなわち、精密な逆システム H^{-1} が制御対象 H の完全な知識を基にして得られれば、 $(W^{-1} - E)^{-1}$ が与えられたパラメータについて実現可能であるから、完全なモデルマッチングが可能である。

2.4 フィードバック補償による制御系

縦続補償による制御系と同様に、Fig. 2 に示すような制御対象 H および積分動作 I とフィードバック補償 T_f による制御器 C からなる連続時間表現の一般的な制御系を考える。図中の変数を入力 u 、出力 x 、目標値 r 、制御偏差 e とする。 v と v_f はそれぞれ積分器 I とフィードバック補償器 T_f の出力である。このとき、微分操作に相当する演算子 D を導入すれば、 $x = H(u)$ 、 $v = KD^{-1}(e)$ 、 $u = v - v_f$ 、 $e = r - x$ なる関係が成り立つので、これより $x = (K^{-1}D(H^{-1} + T_f) + E)^{-1}(r)$ を得る。前記と同様に、 $x = W(r)$ なる参照モデルによる関係を考えれば、積分器 I および補償器 T_f は

$$v = I(e) = KD^{-1}(e) \quad (3.1)$$

$$v_f = T_f(x) = (KD^{-1}(W^{-1} - E) - H^{-1})(x) \quad (3.2)$$

で与えられ、制御入力 $u = v - v_f$ で表わされる。このとき、縦続補償の場合と同様に、制御対象が完全な知識で記述できて、精密な逆システムが求められれば、完全なモデルマッチングが可能である。またこの場合に、入力 v と出力 x に関する伝達関数が

$$X(s)/V(s) = K^{-1}\sigma^{-1}(\alpha_1 + \alpha_2\sigma s + \alpha_3\sigma^2 s^2 + \alpha_4\sigma^3 s^3 + \dots)^{-1} \quad (4)$$

のように書けるので、制御対象は理論上線形化されたことになる。このことは、線形化されたシステムの極

配置を適当なパラメータ σ の値を用いて変えることによって、安定性や応答時間に関する動特性が改善できることを意味している。

2.5 部分的モデルマッチングによる制御系の設計

これまでの議論はすべて制御対象の完全な知識を基にしたものであった。しかしながら、実際の制御対象については、その部分的な知識しか得られず、高次の非線形項が未知である。このことは実在する通常の物理系では非線形項を無視した形で対象を認識することを意味する。そしてまた、仮に、制御対象が低次の有限項で表現できる場合であっても、その逆システムが後述のように、一般には無限級数になってしまうので、実用上は、これを有限項で近似する必要がある。こうした二重の不完全な記述のため、前記のような完全なモデルマッチングを行うことは、いずれにしても不可能である。しかしながら、このような非線形制御対象の場合にも、線形制御対象について行われるように、(1)式の参照モデルの自由パラメータ σ を調節することによって、非線形成分の寄与分を等価的に線形成分に含めた形で、基本的な特性に関して部分的なモデルマッチングが可能である。

2.5.1 縦続補償による制御系の設計法

制御系の設計は線形制御対象の場合と同様に、自由パラメータ σ の決定による。しかしながら、対象が非線形系であるので、線形系のような解析的な解を求めることは困難である。ここでは2.3節に述べたように逆システムを用いる方法を取り、制御系全体がよりよく参照モデルの応答に一致し得るような形で σ を数値演算によって求める。以下にその手順を示す。

- ① 制御対象をボルテラ級数で表わし、その p 次逆システムを合成する⁶⁾。つぎに、サンプル間隔 τ について積分を施し離散時間化したボルテラ核を用いて、これらのシステムを離散時間表現する。
- ② 参照モデル W のパラメータ α_n を適当な n で打ち切り、 $n+1$ 以降の係数をすべて零とする。
- ③ 制御器を離散時間表示する。その場合、 $(W^{-1} - E)^{-1}$ については、 σ の値をパラメータとし、状態変数表示した後に、サンプル間隔 τ の状態推移行列を求めることによって、これを差分方程式に変換する。
- ④ 数値計算アルゴリズムを用いて、 σ を算出する。

(1) 目標値変化に対する制御系の設計

上記のようにして系全体を離散時間表現した制御系について、目標値変化に対する出力を参照モデルの理論的な応答と比較しながら、

$$\varepsilon = \frac{\sum_{q=1}^l |X_{c,q} - X_{w,q}|}{\sum_{q=1}^l |X_{w,q}|} \quad (5)$$

与えられる誤差率 ε を評価基準として、 σ の値を定めた。ただし、 $X_{e,q}$ 、 $X_{w,q}$ はそれぞれ時刻 qt (以後時刻 q と略記する。また $q=1, 2, \dots, l$; l は最終観測時刻である)における目標値入力 r に対する制御系の応答(制御量)および参照モデル W の応答である。 σ の値は応答が乱れない範囲内で極力小さく定めることが望ましい。したがって、 σ の値を大きな値から順に減少させながら誤差率 ε を算出して、これを一定の範囲内に抑えながら、しかも、この範囲内で最小値(極小値)をとるような σ の値を探索する。このアルゴリズムをもって目標値の変化に対する継続補償による制御系の設計法とした。

(2) 外乱に対する制御系の設計(注3)

つぎに同じ制御系について、外乱をステップ関数とした場合に、目標値を r とするような制御系の設計を行う。外乱はそれ自身非線形特性をもって出力 $x(t)$ に寄与しているのみならず、入力 $u(t)$ との非線形相互作用の特性をもって出力 $x(t)$ に寄与している。しかしながら、こうした外乱の出力への寄与に関しては、制御系設計時には全く未知であるとしている。このような前提のもとに制御系の設計を以下のように行った。まず、外乱 $n(t)$ をステップ状に与えたときに、離散時間化した制御系の設計上の評価基準として、

$$\mu = 1 - \frac{\sum_{q=1}^l |X_{e,q} - r|}{\sum_{q=1}^l |X_{n,q} - r|} \quad (6)$$

で示される制御効率 μ を導入した。

ただし、 $X_{e,q}$ 、 $X_{n,q}$ はそれぞれ、制御を行った場合と行わなかった場合の時刻 $q(q=1, 2, \dots, l)$ における制御対象の応答である。また、 r は目標値である。つぎに、正数 σ ができるだけ小さいことを望ましい条件として、 μ が最大(極大)になるように σ を定めて、これを外乱に対する制御系の設計法とした。

2.5.2 フィードバック補償による制御系の設計法

制御系の設計は線形制御対象の場合と同様に、自由パラメータ σ と利得定数 K の決定による。その方法は、2.5.1節の場合とほぼ同様である。ただし、③、④については、以下のようなものである。

③制御器を離散時間表示するために、積分器および

$$KD^{-1}(W^{-1}-E) = K(\alpha_1\sigma + \alpha_2\sigma^2D + \alpha_3\sigma^3D^2 + \alpha_4\sigma^4D^3)$$

(注3) 制御対象が線形系である場合には、継続補償方式による制御では、目標値変化に対する速応性に関する制御効果と外乱の影響に対する制御効果を別々に論ずる必要があった。制御対象が非線形である場合も同様である。しかしながらこの場合には、制御入力と外乱の間に相互作用もあって、外乱から制御量までの伝達特性を定式化することが複雑であり、明確な設計法の区別が困難になる。したがって、制御効率を導入した形をもって、外乱に対する制御系の設計法とする。

+...)において、演算子 D を τ をサンプル間隔とする離散時間系でのシフト演算子 z^{-1} で置き換える(注4)。

④数値計算アルゴリズムを用いて、 σ と K を算出する。

(1) 目標値変化に対する制御系の設計

上記のようにして系全体を離散時間化した制御系について、目標値変化に対する設計を行う。この場合に、正数 σ が小さい程望ましいことを条件にして、 σ と K との適当な関数関係 $K=K(\sigma)$; $d|K|/d\sigma < 0$ を定めておく(注5)。しかる後に、制御系の応答が乱れない範囲で $|K|$ をできるだけ大きく選びながら、(5)式が最小値(極小値)をとるように σ と K の値を定める。このアルゴリズムをもって、目標値変化に対するフィードバック補償による非線形制御系の設計法とした。

(2) 外乱に対する制御系の設計(注6)

つぎに同じ制御系について、2.5.1節の場合と同様に、目標値を r としたときに(6)式の制御効率 μ が最大(極大)になるように設計する。この場合に、 σ と K の決定については、先の目標値変化に対する制御系の設計の場合と同様の方法を用いてこれを行い、外乱に対する制御系の設計アルゴリズムとした。

3. 呼吸制御系の設計

3.1 ボルテラ級数による呼吸器系の記述

ここでは神経支配やホルモンなど化学物質の影響を考えずに、肺胞・動脈区画および静脈・組織区画に注目して、呼吸制御の本質に関係する重要な部分のみについて、対象とする呼吸器系の記述を行う^{1),7)}。まず、肺胞気炭酸ガス濃度を $x[\text{vol}\%]$ 、混合静脈血の平均炭酸ガス濃度を $y[\text{vol}\%]$ 、炭酸ガス体積に換算した体組織中の代謝量を $m[l/\text{min}]$ 、肺胞換気量を $u[l/\text{min}]$ 、また肺胞の全容積を $V_1[l]$ 、体組織の等価全容積を $V_2[l]$ 、血流量を $Q[l/\text{min}]$ とする。ここに、肺胞気炭酸ガス濃度および混合静脈血炭酸ガス濃度のそれぞれの平衡点 x_0 、 y_0 を与える肺胞換気量を u_0 、体組織中の代謝量を m_0 とする。これらの4個の変数の x_0 、 y_0 、 u_0 、 m_0 からの変動分を新たに、 x 、 y 、 u 、 m とし、さらに $\mathbf{x}^T = [x, y]$ 、 $\mathbf{u}^T = [u, m]$ とする。こ

(注4) 積分動作項 I については $D=(1-z^{-1})/\tau$ を用いたが、他の部分については演算結果を滑らかにするために、実際には、 $D=(1+3z^{-1}-3z^{-2}-z^{-3})/6\tau$ のような4点差アルゴリズムを用いた。

(注5) 通常は、 σ を小さくすると、制御系の応答が乱れるが、積分器の利得を上げることができるので、ここでは、例えば $|K| = -a\sigma + bK_0(a, b, K_0 > 0)$ なる関係を用いた。

(注6) フィードバック補償の場合も継続補償の場合と同様に、外乱に対する制御系の設計法を分けて考えた。

のとき、 $x(0)=0$ であることを考慮すれば、 $\tau_i \leq \tau_{i+1}$ ($i=1, 2, \dots$) の条件のもとに、呼吸器系は

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \int_0^t e^{A\tau_1} b_1 u(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t e^{A\tau_1} b_2 m(t-\tau_1) d\tau_1 \\
 & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_1 u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
 & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_2 u(t-\tau_1) m(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\
 & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} \int_0^{\tau_3} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_1 \\
 & \quad \times u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) u(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\
 & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} \int_0^{\tau_3} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_2 \\
 & \quad \times u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) m(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\
 & + \dots \dots \dots \quad (7)
 \end{aligned}$$

のようなボルテラ級数で表記できる(注7)。ただし、 $F^i(\text{CO}_2)$ を吸気炭酸ガス濃度とし、 α, λ をそれぞれ、大気圧と炭酸ガス解離曲線の動作点で決まる定数とするとき、システムパラメータは以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 A = & \begin{bmatrix} -(Q\alpha + u_0)/V_1 & Q/V_1 \\ Q\alpha/V_2 & -Q/V_2 \end{bmatrix}, \quad N_1 = \begin{bmatrix} -1/V_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 B = & [b_1 \ b_2] = \begin{bmatrix} F^i(\text{CO}_2) - x_0/V_1 & 0 \\ 0 & 1/V_2 \end{bmatrix}, \\
 x_0 = & F^i(\text{CO}_2) + m_0/u_0, \quad y_0 = \alpha x_0 + m_0/Q + \lambda
 \end{aligned}$$

ここで、呼吸器系 H については、代謝量の変動分 m に関する特性および4次以上の高次非線形項に関する知識が全く得られないものとする。また混合静脈血の平均炭酸ガス濃度 y については、観測が困難であるから、制御対象は実際には(7)式に示したように、2入力2出力非線形系としての特性を備えているにもかかわらず、僅かに肺換気量 u を入力、肺泡炭酸ガス濃度 x を出力とするシステムとしてしか認識できないことになる。これを表わすために、(7)式中のベクトル表現のボルテラ級数から、入力 u および出力 x (出力端子1) に関連する項のみを選び出せば、

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \int_0^t h_u(\tau_1) u(t-\tau_1) d\tau_1 \\
 & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} h_{uu}(\tau_1, \tau_2) u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
 & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} h_{uum}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) u(t-\tau_1) u(t-\tau_2)
 \end{aligned}$$

(注7) 本文中で与えたシステム定数 A, N_1, B を用いれば、呼吸器系は、入力変数 $u^T = [u, m]$ と状態変数 $x^T = [x, y]$ について、双線形系の状態微分方程式 $dx/dt = Ax + uN_1x + Bu$ で表わせることがわかっている⁶⁾。状態微分方程式で表現されたこの双線形系をベクトル表示のボルテラ級数に展開したものが(7)式である⁹⁾。

$$\times u(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \quad (8)$$

を得る(注8)。

ただし、関連するボルテラ核は次の通りである。

$$\begin{aligned}
 e^{A\tau_1} b_1 = & [h_u(\tau_1), h_m(\tau_1)]^T, \\
 e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_1 = & [h_{uu}(\tau_1, \tau_2), h_{um}(\tau_1, \tau_2)]^T, \\
 e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_1 = & [h_{uum}(\tau_1, \tau_2, \tau_3), h_{uum}(\tau_1, \tau_2, \tau_3)]^T
 \end{aligned}$$

(8)式は(7)式において代謝量の変動分 m を外乱とみなし、この外乱を零であるとしたときに得られるものである。すなわち、肺換気量の変化分 u を入力、肺泡炭酸ガス濃度の変化分 x を出力とする呼吸器系の1入力1出力3次ボルテラ級数による表現である。つぎに、制御対象のこの不完全な知識のみを基にして、 p 次逆システムを構成する。この逆システムは縦続補償による制御系およびフィードバック補償による制御系の双方の設計に共通に用いられるものである。

3.2 呼吸器系の部分的知識を基にした逆システム

3.1節に述べたように呼吸器系の特性は3次のボルテラ級数により部分的に認識できたものとする。(8)式の各項の作用素を H_1, H_2, H_3 で表わすものとし、これをもとにして p 次逆システム $K(p)$ を構成する。この p 次逆システムをボルテラ級数で表わし、これを $K(p) = \{K_1, K_2, K_3, \dots, K_p\}$ のように、各作用素を用いて記述すれば、それぞれが以下のように求められる⁶⁾。

$$\begin{aligned}
 K_1 = & H_1^{-1} \\
 K_2 = & -H_1^{-1} H_2 H_1^{-1} \\
 K_3 = & -H_1^{-1} (H_3 - H_2 [E + H_1^{-1} H_2] \\
 & \quad + H_2 H_1^{-1} H_2 + H_2) H_1^{-1} \\
 \dots & \dots \dots \dots \quad (9)
 \end{aligned}$$

制御系の設計上、 p 次逆システムの p の値をどの程度に選べば良いかは問題になるところである。しかしながら、実際には H_1, H_2, H_3 の項のみを用いて構成した3次逆システム $K(3)$ が逆システムとしての機能を十分に果し得ることを、呼吸制御系の動作中に確認できる。これについては、4.2節で述べる。

3.3 部分的モデルマッチングによる呼吸制御系の設計

以上に述べた設計法に従って呼吸制御系を設計する。このためのシステムパラメータとして、生理学的に取り得る最も標準的な値と考えられる⁷⁾、 $V_1=2.6$ [l], $V_2=40$ [l], $Q=5.5$ [l/min], $F^i(\text{CO}_2)=3.95 \times 10^{-2}$ [vol%], $\alpha=3.03$, $\lambda=32$ [vol%] を採用する。

(注8) 一般化インパルス応答の頭上の (s) は出力端子の番号 s を意味している。

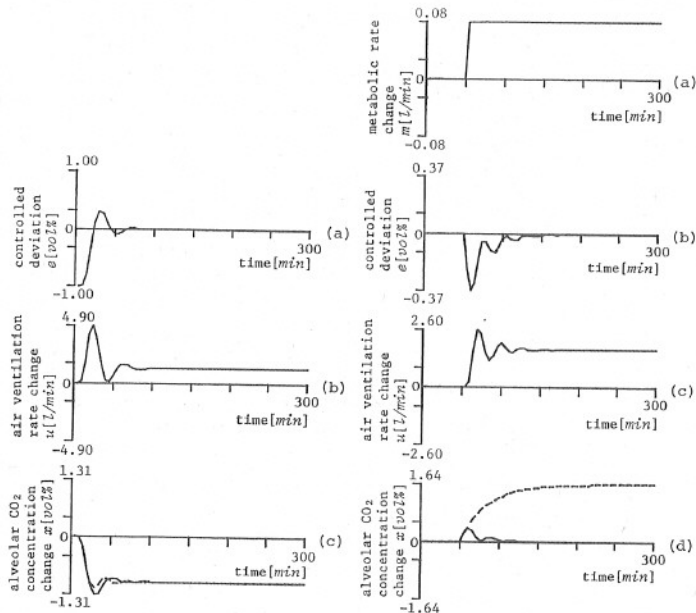


Fig. 3-1

Fig. 3-1 Dynamic characteristics of cascade compensating respiratory control system for the step change in desired alveolar CO_2 -concentration

$$\tau = 5.0[\text{min}], \sigma = 12[\text{min}]$$

- (a) controlled deviation e
- (b) controlling input: air ventilation rate change u
- (c) controlled output: alveolar CO_2 -concentration change x_c (solid line), response of reference model x_w for $r = -1.0$ [vol%] (broken line)

Fig. 3-2 Dynamic characteristics of cascade compensating respiratory control system for the step change in metabolic rate

$$\tau = 5.0[\text{min}], \sigma = 7.0[\text{min}]$$

- (a) disturbance: metabolic rate change m
- (b) controlled deviation e
- (c) controlling input: air ventilation rate change u
- (d) controlled output: alveolar CO_2 -concentration change x_c (solid line), non-controlled output x_w (broken line)

このとき、同様に標準的な一定の肺胞換気量 $U_0 = 4.5$ [l/min], 代謝量 $M_0 = 0.2632$ [l/min] に対して得られる平衡状態は $X_0 = 5.89$ [vol%], $Y_0 = 54.6$ [vol%] である。平均的な値で表わしたこれらの定数をもとに、サンプル間隔 t を 5.0 [min] として、肺胞気炭酸ガス濃度を制御量とする非線形制御系を構成し、その特性について検討した。そのために、呼吸器系(7)式のうち、肺胞換気量 u と肺胞気炭酸ガス濃度 x との部分的関係のみを示す(8)式を離散時間化した。つぎに、(8)式より、(9)式で与えられる p 次逆システムを $p=3$ で構成し、同様にこれを離散時間化した。また参照モデル W については、(1)式において、 α_5 以降の係数をすべて零と置いて得られる伝達関数を用いた。

3.3.1 縦続補償による呼吸制御系とその特性

縦続補償による制御方式では、制御対象が非線形であっても、その逆システムが適当な方法で得られて、それが十分に機能するならば、その範囲内で制御系全体の入出力特性を望ましい線形系の特性にすることが可能であった。ここでは、前述の逆システムおよび参照モデルを用いながら、2.5.1節の方法に従って、離散時間での制御系を構成した。この制御系について、目標値変化に対する設計を行った。平衡点から r を -1.0 [vol%] 変化させたときに、得られた制御特性を Fig. 3-1 に示した。(a)図には、制御量である肺胞気炭酸ガス濃度 x [vol%] と目標値 r [vol%] との制御偏差 e [vol%] を示した。(b)図には、制御入力である肺胞換気量の変化分 u [l/min] を示した。また(c)図には、(b)図の制御入力に対する応答である肺胞気炭酸ガス濃度 x [vol%] を実線で示し、比較のために目標値 r [vol%] を与えるステップ入力に対する参照モデル W の応答を破線で示した。このとき、(5)式から算出される参照モデルの応答と制御量との間の誤差率 ϵ は 1.83% であった。つぎに、外乱をステップ状に与えた場合に、設計した制御系について、その出力への影響の制御特性を Fig. 3-2 に示した。(a)図は外乱と

して与えた代謝量の変化分 m [l/min] を表わし、(b)図は制御偏差 e [vol%] を表わしている。(c)図は制御入力である肺胞換気量をその変化分について表わしている。また(d)図には、制御量である肺胞気炭酸ガス濃度の変化分 x [vol%] を実線で示し、同時に、制御を行わない場合の、その変化分を破線で示した。なお、この場合に、(6)式で与えられる制御効率 μ は 0.917 であった。

3.3.2 フィードバック補償による呼吸制御系とその特性

フィードバック補償による制御方式は制御対象にフィードバックを施して、安定性と速応性を達成し、積分動作の縦続接続で定常位置偏差を零にするものであった。制御対象が非線形であっても、この逆システム

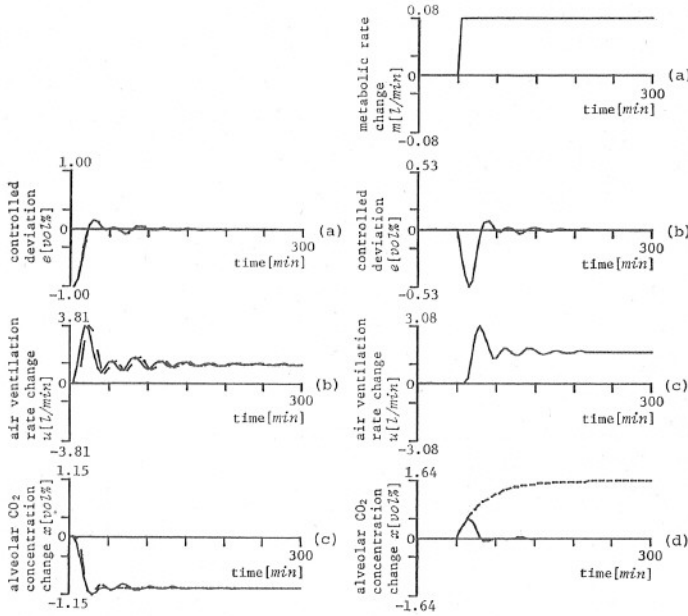


Fig. 4-1

Fig. 4-2

Fig. 4-1 Dynamic characteristics of feedback compensating respiratory control system for the step change in desired alveolar CO_2 -concentration

$$\tau = 5.0[\text{min}], \sigma = 11.5[\text{min}], K = -22.84[\text{l/vol}\%]$$

- (a) controlled deviation e
 (b) controlling input: air ventilation rate change u (solid line), reproduced input u' (broken line)
 (c) controlled output: alveolar CO_2 -concentration change x_c (solid line), response of reference model x_m for $r = -1.0$ [vol%] (broken line)

Fig. 4-2 Dynamic characteristics of feedback compensating respiratory control system for the step change in metabolic rate

$$\tau = 5.0[\text{min}], \sigma = 11.0[\text{min}], K = -18.5[\text{l/vol}\%]$$

- (a) disturbance: metabolic rate change m
 (b) controlled deviation e
 (c) controlling input: air ventilation rate change u
 (d) controlled output: alveolar CO_2 -concentration change x_c (solid line), non-controlled output x_m (broken line)

の構成が可能で、その機能を十分に果たすことができれば、フィードバック補償を施して得られた系は線形系とみなすことができ、その系は与えられた参照モデルのパラメータ σ と積分動作の利得 K によって特徴づけられることになる。ここでは、前述の逆システムおよび参照モデルを用いながら、2.5.2 節に従って離散時間での制御系を構成した。まず、肺胞気炭酸ガス濃度の目標値変化 $r = -1.0$ [vol%] に対する設計を行い、得られた制御特性を Fig. 4-1 に示した。各々の図は Fig. 3-1 のそれぞれに対応するものである。ただし、(b) 図には制御入力である肺胞換気量の変化分 u [l/min] の 3 次逆システムによる再現性を破線で示してある。このとき、(5) 式から算出される制御量と

参照モデルの応答との間の誤差率 ε は 2.02% であった。つぎに、代謝量の変化を外乱としてステップ状に与えた場合に、設計した制御系について、得られた制御特性を Fig. 4-2 に示した。各々の図は Fig. 3-2 のそれぞれに対応している。このとき、(6) 式で与えられる制御効率 μ は 0.962 であった。

4. 呼吸制御系の設計に関する考察

4.1 継続補償とフィードバック補償の比較

動脈血中炭酸ガス濃度の生理学的指標としての肺胞気炭酸ガス濃度の制御については、継続補償とフィードバック補償のどちらの場合にも、目標値のステップ状変化に対する 90% 応答時間が正常な状態における人体の調節機能のそれに準じた結果になっており、ほぼ医学上の制御要請条件を満足している¹⁾。しかしながら、両者の制御特性を比較すると、継続補償の場合には、非可制御なモードが現われること、また目標値への追従の良否からいって、フィードバック補償による制御系の設計の方が、呼吸制御系については、適当であると思われる。

4.2 逆システムの機能に関して

目標値変化に対する制御系の設計時には、目標値 r の選び方によっては制御対象 H の逆システム H^{-1} への入力の絶対値が大きくなる。このため、た

とえ制御対象を正確に把握できたとしても、有限項で近似した逆システムがその機能を十分には、果し得ないことがある。すなわち、得られた p 次逆システムには、その適用限界がある。しかるに、この逆システムは制御系の運転時にその機能をチェックすることができる。例えば、3.3.2 節に示した目標値変化に対するフィードバック補償による制御系の設計では、外乱のない状態で制御対象の出力から逆システムを用いて、再現したその入力を容易に得ることができる。したがって、与えられた入力と再現された入力を比較することによって、逆システムの機能がチェックできる。Fig. 4-1 の (b) 図の破線は入力波形を忠実に再現していることを示し、この場合に、逆システムはその機

能を極めて良く発揮していることがわかる。縦続補償の場合についても同様である。ところで、 σ と K の選び方によっては制御入力が大きくなって、逆システムが十分に機能しない場合がある。したがって、一般に σ と K を決定する場合に、制御入力が一定の範囲内に抑えられるように、(5)式に示した誤差率 ε を最小にすることが実際の制御系の設計では不可欠である。

4.3 制御対象に関する知識の多寡について

一般に、制御対象の認識および記述がより正確であれば、これまでに述べた方法で制御系を設計する場合には、立ち上がり特性に関して、原則的により良いパラメータを定め得る。このことを実例を通して確認する。まず、これまで扱ってきた同じ制御対象が、肺胞換気量 u に関する2次の非線形項まで部分的に記述できるとした場合を想定する。先の場合と同一の目標値変化 $r=-1.0[\text{vol}\%]$ を与えたときに、縦続補償による制御系を設計すると $\sigma=18[\text{min}]$ であった。一方、3次の非線形項までで近似を行った場合には、Fig. 3-1の説明文からわかるように $\sigma=12[\text{min}]$ であった。したがって、制御対象の認識がより正確な、3次の非線形項まで表現した場合の方が、同一条件のもとでは、立ち上がり時間を定める σ の値を小さくできることを確認できた。フィードバック補償の場合についても、同様のことがいえる。

4.4 パラメータ変化に対する制御系のロバスト性

制御対象を記述するのに、より重要と考えられる、ボルテラ級数の低次の項のパラメータの値に変動があっても、 σ または K の値を随時調節することによって、システム挙動に与えるパラメータ変動の影響を吸収して、立ち上がり時間と整定時間に、元の制御特性と若干差異のある制御特性を持たせることができる(注9)。その理由は、この制御系の設計におけるパラメータの値は、制御対象の部分を知りながら、数値計算アルゴリズムを以て、最善を望まず、より良い特性を目指した余裕のあるものに決定できるからである。極値探索による方法では、複数解が存在するので、実際上は、制御入力の絶対値を一定の値より大きくしないような解のうち適当なものを自由に選択できる。したがって、制御系設計時に、最善の値より σ の値は大きめに、 K の絶対値は小さめに選んでおくことによって、パラメータ変動に対するロバスト性を十分に保つことができる。

(注9) パラメータの不確定性は逆システムの収束性と再現値に影響をおよぼす。本方法は制御対象と逆システムの二重の意味での不確かさを、非線形特性を含めて、その影響を吸収した形で制御系の設計を行うことを念頭においている。

5. おわりに

本研究の目的は、ボルテラ級数による入出力関係の外部記述法と部分的知識を基にした制御系の設計法を合体させ、これを呼吸器系のような、取り扱いにくい非線形生体サブシステムの制御に応用することであった。その理論的背景は、非線形表示に一般性を備えたボルテラ級数で対象を表現すれば、逆システムも近似表現ながら容易に得られるので、縦続補償やフィードバック補償により比較的簡単に制御系を構成し得ることであった。また、パラメータ σ と K の数値計算による探索法が余裕をもった部分的モデルマッチングによる微妙な制御系の特性の調節を可能にして、システムパラメータの変化に対するロバスト性を備えた制御系を提供してくれることであった。以上のことは、制御理論を臨床に応用する場合に、重要なことである。その理由は、一般に非線形の特性をもちながら、しかもそれを特徴づけるパラメータが時間とともに変化したり、個体によって異なるなど、正確な値を把握することが困難な制御対象の場合でも良好な制御系の設計が可能であることにある。すなわち、これまでの設計法とは異なり、多大の時間を費やすような個々の患者の事前のパラメータ同定を必要とせず、平均的なシステムパラメータの値を用いて、呼吸制御系の設計が本方法により、原理的に可能になるからである。

参考文献

- 1) 野城真理: 人工呼吸による動脈血炭酸ガス分圧制御系の設計. 医用電子と生体工学, 21-1, 20/26 (1983)
- 2) J.F. Barrett: A Bibliography on Volterra Series, Hermite Functional Expansions, and Related Subjects. The Eindhoven Univ. Tech., Eindhoven (1980)
- 3) 北森俊行: 制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法. 計測自動制御学会論文集, 15-4, 549/555 (1979)
- 4) T. Kitamori: A Design Method for Nonlinear Control Systems Based upon Partial Knowledge about Controlled Objects, Proc. 8th IFAC World Congr., 455/461 (1981)
- 5) 若松秀俊, 北森俊行: ボルテラ級数で表現された非線形系の部分的知識に基づく制御系の設計. 計測自動制御学会第9回システムシンポジウム論文集, 67/72 (1983)
- 6) M. Schetzen: Theory of p th-order Inverses of Nonlinear Systems. IEEE Trans. CAS-23-5, 285/291 (1976)
- 7) 若松秀俊, 影井清一郎, 野城真理: 非線形逆系を用いた肺胞気炭酸ガス濃度の定値制御. 医用電子と生体工学, 19-6, 438/441 (1981)
- 8) R.R. Mohler: Bilinear Control Processes, Academic Press, New York (1973)
- 9) K.V. Rao and R.R. Mohler: On the Synthesis of Volterra Kernels of Bilinear Systems, Automatic Control Theory & Application, 3, 44/46 (1975)