

## 外乱再現法によるボルテラ級数を用いた 呼吸制御系の設計†

若松秀俊\*・北森俊行\*\*

Design of Respiratory Control System Using Volterra Series  
Based on the Method of Reproduction of Disturbance

Hidetoshi WAKAMATSU\* and Toshiyuki KITAMORI\*\*

A method of controlling nonlinear systems using Volterra series is applied to the control of respiration. This method is based on the description of a respiratory system by discrete-time Volterra series. The control system is synthesized by the connection of an input-observer and a dynamical compensator, which are used respectively, for the reproduction of an input-function hard to be measured (metabolic rate change) and for the generation of a controlling input (air ventilation rate change). It provides an accurate and quick output control of alveolar  $\text{CO}_2$ -concentration by the manipulation of an air ventilation rate, eliminating the effect of any undesirable irregular metabolic rate change on the output.

**Key Words:** respiratory control system, Volterra series, reproduction of disturbance, nonlinear system

### 1. ま え が き

人工呼吸器の発達とともに、臨床医学上の重要な課題であった血中の炭酸ガス濃度の制御が可能になってきた。開胸手術時および筋弛緩剤使用時など、陰圧呼吸が不可能な場合や自発呼吸の介助の場合の人工呼吸には、生理的な調節機能に合致した、比較的緩やかな

血中炭酸ガス濃度の制御を必要とする(注1)。従来から行なわれてきたPID制御方式による代謝量変動時の肺胞気炭酸ガス濃度の定値制御は、こうした目的に適合するような制御であり、主として制御対象である呼吸器系を線形近似して得られた数式モデルと制御系設計時のパラメータ算出によるものであった<sup>1-5)</sup>。しかしながら、その制御の医学的要請条件は上記のものに限らず、目的に応じて異なってくる。例えば、心肺機能に予備力のない患者の手術時などの場合には、生命維持のために、動脈血中の炭酸ガス濃度を精度よく制御する必要がある。ところで、整定時間の長い、緩やかな動特性をもつ呼吸器系の速応性を備えた精密な制御は、制御工学的立場からみて、一般には困難である。したがって、呼吸器系の線形近似数式モデルを基にした線形制御方式によって、こうした制御はこれまでに行なわれたことがなく、僅かに状態変数を介して非線形表現のままに制御系の設計を行なう試みがなされているだけである<sup>6)</sup>。その方法は、代謝量の変動により肺胞気炭酸ガス濃度が乱される前に、制御対象の非線形逆システムを用いて代謝量の変動分を外乱として再現しながら、肺胞気炭酸ガス濃度のフィードフォワード制御を行なうものであった。その結果得られた制御特性は速応性(注2)を備えた、極めて精緻なものであり、上記の目的に合致するものであった。しかしながら、この方法は、一般に呼吸器系の内部状態に立ち入った設計を行なう必要があり、総じて、内部の状態

(注1) 吸入炭酸ガス濃度のステップ状変化に対する動脈血中炭酸ガス濃度の90%応答時間が約15分であることを医学上の制御要請条件とする。これは、呼吸器系の正常な状態における調節機能を基準として、採用した条件である<sup>1)</sup>。

(注2) 制御対象そのものの特性改善による速応性は異なる。

† 第25回自動制御連合講演会で一部発表(昭57・11)

\* 東京医科歯科大学医用器材研究所  
東京都千代田区神田駿河台 2-3-10

\*\* 東京大学工学部 東京都文京区本郷 7-3-1

\* Institute for Medical and Dental Engineering,  
Tokyo Medical and Dental University, Chiyoda-ku, Tokyo

\*\* Faculty of Engineering, University of Tokyo,  
Bunkyo-ku, Tokyo

(Received October 19, 1984)

(Revised June 3, 1985)

や構造が未知なシステムに、そのままこれを応用することができない。そこで、呼吸器系を表わす非線形モデルとして、ボルテラ級数を採用することに<sup>7)</sup>。この級数は拡張されたインパルス応答(注<sup>3)</sup>)によるシステム記述法として、線形系を含む広範囲な class の解析的な非線形系(注<sup>4)</sup>)の入出力関係を一般的に表記するのに有効であることが知られている<sup>8)</sup>。本論文では、入出力関係についてのみ記述できるとした非線形表現の呼吸器系について、入出力情報だけを用いて、速応性に関して十分な制御特性が得られるような制御系を構成する。そのため、既に提案されて実効をみている、ボルテラ型非線形系に関する入力再現法による制御方式<sup>9-11)</sup>を肺泡気炭酸ガス濃度の制御に応用する。この呼吸制御の基本は、代謝量の変化分を観測困難な外乱入力とみなし、肺泡気炭酸ガス濃度へのこの外乱の寄与分を、自由に操作できる他の入力(肺泡換気量)によって補償し、目標値を実現することにある。そして、その制御法則はボルテラ型非線形系における速応性を備えた目標値追従型制御系の設計法に若干変更を加えることによって、簡単に得られるものである。以下に、入力再現法による呼吸制御系の具体的な設計法を述べるとともに、制御系内で用いられる入力観測器および制御器の与える制御法則について、それらの解の存在が保証されることを示す。これにより、呼吸器系のような、緩やかな動特性をもつ制御対象についても、速応性を備えた制御系が理論上、設計可能であることを明かにする。そして、この制御系が代謝量の変動の影響を相殺しながら、所望の目標値に肺泡気炭酸ガス濃度を精度よく制御するのに有効であり、その臨床応用も理論上、可能であることを示す。

## 2. ボルテラ級数による呼吸器系の記述

ここでは、神経支配やホルモンなど化学物質の影響を考えずに、呼吸制御の本質に関係する重要な部分のみについて、対象とする呼吸器系の記述を行なう。すなわち、肺泡、動脈区画および静脈、組織区画に注目して、以下のようにしてこれを行なう(注<sup>5)</sup>)。まず、肺泡気炭酸ガス濃度を  $x$ [vol%]、混合静脈血の平均炭酸ガス濃度を  $y$ [vol%]、炭酸ガス体積に換算した単位時間当たりの体組織中の代謝量を  $m$ [l/min]、単位

時間当たりの肺泡換気量を  $u$ [l/min]、また肺泡の全容積を  $V_1$ [l]、体組織の等価全容積を  $V_2$ [l]、血流量を  $Q$ [l/min] とする。ここで、肺泡気炭酸ガス濃度および混合静脈血平均炭酸ガス濃度のそれぞれの平衡点  $x_0, y_0$  を与える肺泡換気量を  $u_0$ 、体組織中の代謝量を  $m_0$  とする。このとき、 $F^i(CO_2)$  を吸気の炭酸ガス濃度とし、 $\alpha, \lambda$  をそれぞれ、大気圧と炭酸ガス解離曲線の動作点で決まる定数とすれば、平衡点は  $x_0 = F^i(CO_2) + m_0/u_0, y_0 = \alpha x_0 + m_0/Q + \lambda$  で与えられる<sup>6)</sup>。4個の変数  $x_0, y_0, u_0, m_0$  からの変動分を新たに、 $x, y, u, m$  とし、状態変数  $x, y$  を  $x^{(1)}(t) = x(t), x^{(2)}(t) = y(t)$  のように書き改めれば、 $s=1, 2$  について、

$$\begin{aligned} x^{(s)}(t) = & \int_0^t h_u^{(s)}(\tau_1) u(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t h_m^{(s)}(\tau_1) m(t-\tau_1) d\tau_1 \\ & + \int_0^t \int_0^t h_{uu}^{(s)}(\tau_1, \tau_2) u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ & + \int_0^t \int_0^t h_{um}^{(s)}(\tau_1, \tau_2) u(t-\tau_1) m(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ & + \int_0^t \int_0^t \int_0^t h_{uuu}^{(s)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) \\ & \quad \times u(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\ & + \int_0^t \int_0^t \int_0^t h_{uum}^{(s)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) \\ & \quad \times m(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots \quad (1) \end{aligned}$$

が得られる(注<sup>6)</sup>)。ただし、一般化インパルス応答は、

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -(Q\alpha + u_0)/V_1 & Q/V_1 \\ Q\alpha/V_2 & -Q/V_2 \end{bmatrix}, \quad N_1 = \begin{bmatrix} -1/V_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ B &= [b_1 \ b_2] = \begin{bmatrix} (F^i(CO_2) - x_0)/V_1 & 0 \\ 0 & 1/V_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

とすれば、付録1に従って算出されたベクトル表示のボルテラ核の成分より、以下のようにして得られる。

$$\begin{aligned} [h_u^{(1)}(\tau_1), h_u^{(2)}(\tau_1)]^T &= e^{A\tau_1} b_1, \\ [h_m^{(1)}(\tau_1), h_m^{(2)}(\tau_1)]^T &= e^{A\tau_1} b_2, \\ [h_{uu}^{(1)}(\tau_1, \tau_2), h_{uu}^{(2)}(\tau_1, \tau_2)]^T &= e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_1, \\ [h_{um}^{(1)}(\tau_1, \tau_2), h_{um}^{(2)}(\tau_1, \tau_2)]^T &= e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_2, \\ [h_{uuu}^{(1)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3), h_{uuu}^{(2)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3)]^T \\ &= e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_1, \\ [h_{uum}^{(1)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3), h_{uum}^{(2)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3)]^T \\ &= e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_2, \\ &\dots \end{aligned}$$

ボルテラ型非線形系を制御対象とする、先に提案され

(注 3) 拡張されたインパルス応答は多次元のインパルス応答であり、これを一般化インパルス応答と呼んでいる。

(注 4) 時間  $t$  および従属変数について、無限回連続微分が可能な非線形系をさす。

(注 5) こうしたモデル化の妥当性は動物実験によって確かめられている<sup>12)</sup>。

(注 6) 出力変数および一般化インパルス応答などの頭上の  $(s)$  は出力端子の番号  $s$  を示している。(1)式は出力端子  $s$  に関する 2 入力 1 出力非線形系を表わしている。詳細は付録 1 を参照。

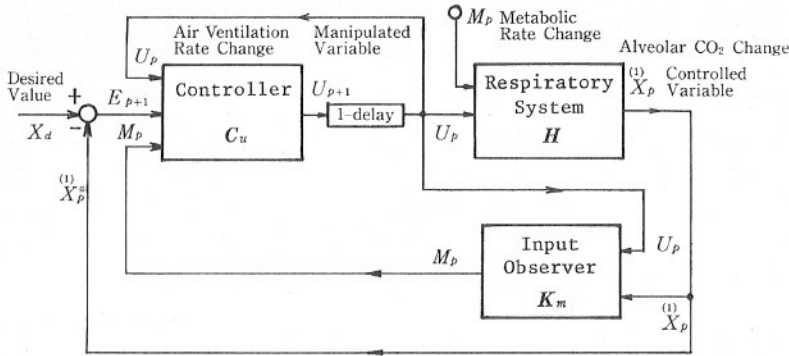


Fig. 1 Block diagram of nonlinear respiratory control system based on the reproduction of metabolic rate change

た入力再現法に基づく制御系の設計は離散時間システムについて行なっている<sup>9-11)</sup>。それゆえ、その理論が適用できるように(1)式で示した非線形系を離散時間で表現する(注7)。このために、4個の変数  $x, y, u, m$  を時刻  $p\tau$  ( $\tau$  はサンプル間隔、以後時刻  $p$  と略記する)において、それぞれ  $X_p, Y_p, U_p, M_p$  とすれば、 $s=1, 2$  について

$$\begin{aligned}
 X_p^{(s)} = & \sum_{i_1=1}^p h_{ii}^{(s)} U_{p+1-i_1} + \sum_{i_1=1}^p h_{im}^{(s)} M_{p+1-i_1} \\
 & + \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=i_1}^p h_{uu}^{(s)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} \\
 & + \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=i_1}^p h_{um}^{(s)} U_{p+1-i_1} M_{p+1-i_2} \\
 & + \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=i_1}^p \sum_{i_3=i_2}^p h_{uuu}^{(s)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} U_{p+1-i_3} \\
 & + \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=i_1}^p \sum_{i_3=i_2}^p h_{uum}^{(s)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} M_{p+1-i_3} \\
 & + \dots \quad (2)
 \end{aligned}$$

が得られる。

(2)式は無限級数である。しかしながら、制御対象としての呼吸器系は、後に呼吸器系の制御に用いられる入力の大きさの範囲内で3次のボルテラ級数で十分に近似し得る(注8)。

### 3. 入力再現法に基づいた呼吸制御系の設計

代謝量の変動によらず、肺胞気炭酸ガス濃度が目標値に追従できるような制御を(2)式で表わした制御対

象について、入力再現法に従って行なう。これは、外乱(ここでは代謝量の変動分)を制御対象(呼吸器系)へのひとつの入力とみなし、これを再現しながら外乱の制御量(肺胞気炭酸ガス濃度(注9))への影響分を補償し、目標値を有限時間で実現する方法である。まず、前述のように、3次のボルテラ級数で近似した呼吸器系を制御対象  $H$  とし、外乱とみなした体組織中の代謝量の変動分  $m$  を理論的に再現するシステムを入力観測器  $K_m$  とする。また代謝量の変動分  $m$  による肺胞気炭酸ガス濃度  $x$  への影響分を補償し、その値を目標値  $x_d$  に追従制御するための入力である肺胞換気量の変化分  $u$  を発生させるシステムを制御器(動的補償器)  $C_u$  とする。つぎに、これらのサブシステムを組み合わせて、Fig. 1 に示すような制御系を構成する。その詳細を以下に述べる。

#### 3.1 代謝量変化を再現する入力観測器の設計

この入力観測器は、測定可能である出力(肺胞気炭酸ガス濃度の変化分  $x$ ) と制御入力(肺胞換気量の変化分  $u$ ) を用いて、呼吸器系  $H$  に入る観測困難な外乱(代謝量の変動分  $m$ ) を再現するためのものである。すなわち、一部の入力が既知の場合に、他の残りの入力を出力情報を用いて再現するような入力観測器である。ここでは、肺胞気炭酸ガス濃度の変動分  $x$  のみが出力として観測できるので、出力端子  $s=1$  についての入力観測器を構成している。しかしながら、(2)式で示されたボルテラ級数は各非線形項について、むだ時間に相当する delay(注10)を持たず、しかも一部の非線形項を欠いた特殊な形になっているので、この入力観測器は一般的に取り得る形式とは若干異なった形

(注7) この場合、一般化インパルス応答をサンプル間隔  $\tau$  について積分した値を用いて、システムを離散時間化している。

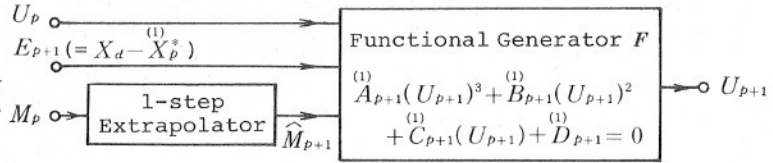
(注8) 本論文で扱われるように、生理学的に無理のないような、制御に用いられる肺胞換気量の大きさの範囲  $0 \leq u \leq 3u_0$  および代謝量の変動範囲  $0 \leq m \leq 3m_0$  について、呼吸器系の動特性が3次のボルテラ級数で十分に近似できることを確認し得る。ただし、(付. 1)式で表わした呼吸器系を離散時間化したときに用いたサンプル間隔について、ボルテラ核に積分を施した場合を考えている。

(注9) 動脈血炭酸ガス濃度の制御のための生理学的指標である。

(注10) 離散時間ボルテラ級数で表わされたシステムに、文献10, 11)で定義してある delay が存在しないことをいう。すなわち、離散時間表示のすべての一般化インパルス応答の値が  $1=i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_r (r=1, 2, \dots, n)$  について、零でないことをいう。

Fig. 2

Structural description of controller (dynamical compensator) for respiratory control system



式で与えられる。すなわち、3次の非線形項までのボルテラ級数によって近似表現した呼吸器系の数式モデルを基にして構成した入力観測器は時刻  $p$  において、

$$M_p = -b_p^{(1)} a_p^{(1)} \quad (3)$$

のような単純な形式で表わすことができる(注11)。

ここで、(3)式の分母の  $a_p^{(1)}$  については、4節で実際に与えられるシステム定数から求められる離散時間表現の一般化インパルス応答の値から、 $h_{uum}^{111} \neq 0$  および  $(h_{um}^{11})^2 < 4(h_m^{11})(h_{uum}^{111})$  が成立することを確かめることができる。したがって、常に  $a_p^{(1)} \neq 0$  であり、(3)式で示される入力観測器の解が必ず存在する(注12)。すなわち、入力  $M_p$  が常に観測できる。

### 3.2 代謝量の変動分の影響分を補償する肺胞換気量を与える制御器の設計

(3)式に示した入力観測器  $K_m$  を用いて、delay なしで再現した代謝量の変動分の時系列  $\{M_p\}$  より、時刻  $p$  における一時刻未来の代謝量の変動分  $\hat{M}_{p+1}$  を外挿する。ここで、時系列  $\{M_p\}$  を用いて、一時刻後の肺胞気炭酸ガス濃度の変化分  $\hat{X}_{p+1}$  を与えられた目標値  $X_d$  に一致させるように、肺胞換気量の変化分  $U_{p+1}$  を求める必要がある。このためのシステムが制御器  $C_u$  であり、内部には時系列  $\{M_p\}$  を外挿するための予測器(注13)を含んでいる。これを図示したものが Fig. 2 である。予測器を除いた関数発生器  $F$  なるサブシステムは肺胞気炭酸ガス濃度に関する部分的入力観測器(注14)と同形式で与えられる。しかしながら、入力観測器  $K_m$  の場合と同様に、(2)式に示された呼吸器モデルのボルテラ級数が部分的に非線形項を欠く特殊な形になっているので、関数発生器もこの場合には、時刻  $p$  について

$$A_{p+1}^{(1)}(U_{p+1})^3 + B_{p+1}^{(1)}(U_{p+1})^2 + C_{p+1}^{(1)}(U_{p+1}) + D_{p+1}^{(1)} = 0 \quad (4)$$

(注11) その詳細は付録2を参照。

(注12) 与えられたパラメータについて  $h_{uum}^{111} > 0$  ゆえ、 $a_p^{(1)}$  の最小値は  $0.234[\text{vol}\% \text{ min}/l]$  である。(1)式の主なパラメータ  $V_1, V_2, \lambda, Q$  の  $\pm 20\%$  の個々の変動について、その最小値は上記の値の約  $84 \sim 104\%$  の間で変化する。

(注13) 2次の非線形予測器を用いた。

(注14)  $s$  番目の出力端子の情報に基づき、可能な入力時系列の組合わせを得ることのできる入力観測器である。詳細は文献10, 11)を参照。

のように単純な形式で表わせる(注15)。

このとき、 $A_p^{(1)} = h_{uum}^{111} (\neq 0)$  であるから、(4)式で表わせる3次の代数方程式は少なくとも1個の実数解をもつ。したがって、代謝量の変動分の肺胞気炭酸ガス濃度におよぼす影響分を補償し、その目標値を実現するような制御入力の肺胞換気量の変化分が理論上、必ず存在する。

## 4. 外乱再現法による呼吸制御系の構成とその特性

以上に述べた設計法に従って呼吸制御系を構成する。このためのシステムパラメータとして、生理学的に取り得る最も標準的な値と考えられる<sup>6)</sup>  $V_1 = 2.6 [l]$ ,  $V_2 = 40 [l]$ ,  $Q = 5.5 [l/min]$ ,  $F'(CO_2) = 0.0395 [vol\%]$ ,  $\alpha = 3.03$ ,  $\lambda = 32 [vol\%]$  を用いた。この場合に、同様に生理学的に標準的な値と考えられる一定の肺胞換気量  $U_0 = 4.5 [l/min]$ , 代謝量  $M_0 = 0.2632 [l/min]$  に対して得られる平衡状態は  $X_0 = 5.89 [vol\%]$ ,  $Y_0 = 54.6 [vol\%]$  である。平均的な値で表わしたこれらの定数をもとにして、これまでに述べた方法に従って、肺胞気炭酸ガス濃度を制御量とする非線形制御系を構成し、その特性について検討した。ここでは、体組織中の代謝量の変動分を再現し、この情報をもとに算出した肺胞換気量を制御入力に用いることによって行なう、外乱(代謝量の変化)に対する制御方式が、目標値変化に対する制御にも有効であることを示す(注16)。そのために、

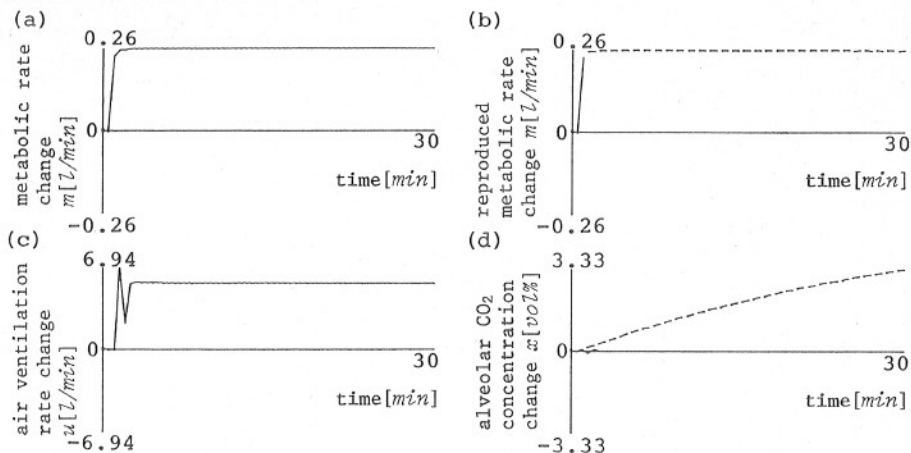
$$\mu = 1 - \frac{\sum_{p=1}^l |X_{e,p} - r|}{\sum_{p=1}^l |X_{n,p} - r|} \quad (5)$$

で定義した制御効率を検討しながら、モデル実験を行なった。

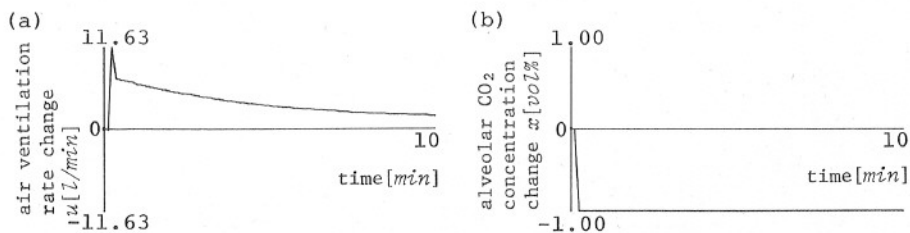
ただし、 $X_{e,p}$ ,  $X_{n,p}$  はそれぞれ、時刻  $p(p=1, 2, \dots, l; l$  は最終観測時刻)における、外乱に対する制御を行なった場合と行なわなかった場合の肺胞気炭酸ガス濃度の変化分を表わしている。また、 $r$  は目標値である。目標値変化に対する制御の場合には、 $X_{n,p} \equiv 0$  で

(注15) その詳細は付録3を参照。

(注16) 代謝量の変動分を零として再現し、その肺胞気炭酸ガス濃度への、実際には存在しない影響分を形式的に補償しながら、目標値を実現するような制御を行なう。



**Fig. 3** Dynamic characteristics of respiratory control system for the step-like change in metabolic rate  
 (a) given metabolic rate change  $M_p = m_0(1 - \exp(-0.5(p-1)\tau))$  ( $p \geq 1, \tau = 0.5[\text{min}]$ )  
 There occurs metabolic rate change at time  $0.5[\text{min}]$ .  
 (b) reproduced waveform of metabolic rate change  $M_p$   
 (c) air ventilation rate change  $U_p$  used as a controlling input  
 (d) alveolar  $\text{CO}_2$ -concentration change: controlled output  $X_{c,p}$  (solid line) and non-controlled output  $X_{n,p}$  (broken line)



**Fig. 4** Dynamic characteristics of respiratory control system for the step change in desired alveolar  $\text{CO}_2$ -concentration ( $\tau = 0.125[\text{min}]$ )  
 There occurs change in desired value of alveolar  $\text{CO}_2$ -concentration at time  $0.125[\text{min}]$ .  
 (a) air ventilation rate change  $U_p$  used as a controlling input  
 (b) alveolar  $\text{CO}_2$ -concentration change: controlled output  $X_{c,p}$

あり、 $X_{c,p}$  は外乱に対する制御の場合と同じである。

**Fig. 3** は代謝量が増加した場合の制御特性を示したものである。(a)図には、代謝量がステップ状に2倍に増加した様子を変化分  $m[\text{l/min}]$  について表わした(注17)。(b)図には、その再現値を示した。(c)図は、制御入力としての肺胞換気量をその変化分  $u[\text{l/min}]$  について表わしている。また(d)図には制御を全く行なわなかった場合の出力である肺胞気炭酸ガス濃度の変化分  $x[\text{vol}\%]$  を破線で示し、同時に(c)図に表わした制御入力を呼吸器系に与えた場合、制御された肺胞気炭酸ガス濃度の変化分を実線で示した。このとき、(5)式で与えた制御効率は  $\mu = 0.972$  であった。**Fig. 4** は、同じ制御系について、外乱としての代謝量の変化を零とし、目標値を平衡点から  $-1.0[\text{vol}\%]$  変化させたときの制御特性を示している。

(a)図は制御入力の肺胞換気量の変化分  $u[\text{l/min}]$  を表わし、(b)図は制御された肺胞気炭酸ガス濃度の変化分  $x[\text{vol}\%]$  を表わしている。この場合に、制御効率は  $\mu = 0.965$  であった。

**Fig. 3** によれば、3.1節に述べた入力観測器を用いることによって、体組織中の代謝量の変動分がほぼ忠実に再現できることがわかる。また、**Fig. 3** と **Fig. 4** により、3.2節に述べた制御法則を用いることによって、外乱に対しても、目標値変化に対しても、十分な精度と速応性をもった制御特性が得られることを確認できる。

(注17) ここでは、生理学的に考えて、代謝量が不連続に変化しないように、 $m_0 = 0.2632[\text{l/min}]$ 、 $\tau = 0.5[\text{min}]$  とするとき、その変動分を  $m_0(1 - \exp(-0.5(p-1)\tau))$  ( $p \geq 1$ ) で与えた。

## 5. 呼吸制御系に関する若干の注釈

本制御系は離散時間系として設計されているために、実際の人工呼吸器のステップ状の駆動により臨床床で、吃逆現象を起こしてしまう危惧があるように見える。これを避けるためには、一般化インパルス応答のサンプル間隔ごとの積分による離散時間化に代わって、入力関数を積分し、離散時間化する方法に替えればよい。すなわち、同じサンプル間隔で積分値がステップ状入力の積分値に等しくなるようなランプ状入力を用いればよい。この場合の制御系設計の理論的取り扱いに、本質的な変化はない。結果的には、取り扱う物理量の単位が異なってくるだけである。すなわち、Fig. 3 および Fig. 4 の代謝量の変動分と制御入力である肺胞換気量の変化量の単位がそれぞれ、 $m[\dot{V}]$ 、 $u[\dot{V}]$  となり、その値がサンプル間隔  $\tau$  を乗じたものに変わるだけである。また、一般に精密な制御を行なう場合には、パラメータの変動に対する制御系のロバスト性が問題になる。これに関しては、混合静脈血の炭酸ガス濃度変化に関する制御特性を重視しない場合に、(1)式の主なパラメータ  $V_1$ 、 $V_2$ 、 $\lambda$  について、 $\pm 20\%$ 、 $Q$  については  $\pm 16\%$  の変動に対して、代謝量変化分の再現能力が低下するが、肺胞気炭酸ガス濃度の制御能力を失わないことを確認できる<sup>13)</sup>。

## 6. あとがき

本研究は、心肺機能に予備力のない患者の手術時など、肺胞気炭酸ガス濃度を所望の目標値に精度よく制御する必要があるとき、それに適合する人工呼吸制御法則を確立することを目的としたものである。その際、呼吸器系については内部の状態を知り得ず、入出力関係のみを知り得た場合を想定している。こうした目的からいって、既に提案され実効をみているボルテラ級数を用いた非線形系の入力再現法による制御方式が、呼吸器系のような生体サブシステムに応用可能であるかどうかを探ることがこの論文の主旨であった。そのために、体内の代謝量の変動によって影響を受ける肺胞気炭酸ガス濃度の制御を入力再現法に則して行ない、同時に、これを肺胞気炭酸ガス濃度の目標値をステップ状に変化させた場合の制御にも応用した。その結果、この方法が応答の遅い呼吸器系において、迅速で精密な肺胞気炭酸ガス濃度の制御を理論上、可能にすることを確認できた。このことは、一般に生体サブシステムのように、内部構造や状態に未知のものを多く含むものであって、入出力関係、すなわち外部記述でしか表現できない非線形システムについて、精密

な制御を行なう場合にも、この方法が有効であることを示唆するものである。

## 謝 辞

本研究遂行にあたって、有益な御助言を賜った東京医科歯科大学医用器材研究所の辻 隆之助教授および野城真理助教授に感謝の意を表します。なお、この研究の一部は、昭和 59 年度文部省科学研究費一般研究(C)の助成によるものである。

## 参 考 文 献

- 1) 野城真理：人工呼吸による動脈血炭酸ガス分圧制御系の設計，医用電子と生体工学，21-1，20/26 (1983)
- 2) M. J. Frumin, N. A. Berman and D. A. Holady: Carbon Dioxide and Oxygen Blood Levels with a Carbon Dioxide Controlled Artificial Respirator. *Anesthesiology*, 20, 313/320 (1959)
- 3) 神山守人，橋 直也，山村秀夫：調節呼吸の自動制御について，麻酔，17，1047/1048 (1968)
- 4) 三田村好矩，三上智久，菅原宏見，吉本千禎：最適呼吸制御装置による呼吸の自動管理。医用電子と生体工学，9-6，397/405 (1971)
- 5) G. H. Hollman, H. T. Milhorn and T. G. Coleman: A Sample-Data Regulator for Maintaining a Constant Alveolar  $CO_2$ , *J. Appl. Physiol.*, 25, 463/468 (1968)
- 6) 若松秀俊，影井清一郎，野城真理：非線形逆系を用いた肺胞炭酸ガス濃度の定値制御，医用電子と生体工学，19-6，438/441 (1981)
- 7) V. Volterra: *Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations*, Dover Publ., New York (1959)
- 8) J. F. Barrett: The Use of Functionals in the Analysis of Nonlinear Physical Systems, *J. Electr. & Control*, 15, 567/615 (1965)
- 9) 若松秀俊：離散化ボルテラ汎関数で表示した非線形系の逆系とそれを用いた制御系の構成，第5回システムシンポジウム論文集，53/58 (1979)
- 10) H. Wakamatsu: Inverse Systems of Nonlinear Plant Represented by Discrete Volterra Functional Series, *Proc. IFAC 8th World Congr.*, 295/300 (1981)
- 11) H. Wakamatsu: New Methods of Controlling Nonlinear Systems Represented by Discrete Volterra Functional Series, *Proc. IFAC Symp. Theory & Appl. Digital Control*, 223/228 (1982)
- 12) F. S. Grodins, J. S. Gray, K. R. Schroeder, A. L. Norins and R. W. Jones: Respiratory Responses to  $CO_2$  Inhalation, A Theoretical Study of a Non-Linear Biological Regulator, *J. Appl. Physiol.*, 7, 283/308 (1954)
- 13) 若松秀俊：ボルテラ級数を用いた代謝量再現による呼吸制御系のパラメータ変動に関するロバスト性の検討，第27回自動制御連合講演会前刷，311/312 (1984)
- 14) R. R. Mohler: *Bilinear Control Processes*, Acad. Press New York (1973)
- 15) K. V. Rao and R. R. Mohler: On the Synthesis of Volterra Kernels of Bilinear Systems, *Autom. Control Theory & Appl.*, 3, 44/46 (1975)
- 16) R. W. Brockett: Volterra Series and Geometric Control Theory, *Automatica*, 12, 167/176 (1976)

17) 若松秀俊, 北森俊行: ボルテラ級数で表示された呼吸器系の非線形制御, 第25回自動制御連合講演会前刷, 451/452 (1982)

《付録》

<付録 1> 本文中で与えたシステム定数  $A, N_1, B$  を用いれば, 呼吸器系は(付. 1)式に示すように, 入力変数  $u^T = [u, m]$  と状態変数  $x^T = [x, y]$  について, 双線形系の状態微分方程式で表わせることがわかって

$$dx/dt = Ax + uN_1x + Bu \quad (\text{付. 1})$$

また, 状態微分方程式で表現された双線形系はボルテラ級数で展開表示できることが知られている<sup>15), 16)</sup>. (付. 1)式は平衡点の周りで呼吸器系を記述したものであるから,  $x(0) = 0$  である. したがって,  $B = [b_1 \ b_2]$  を考慮しながら,  $\tau_i \leq \tau_{i+1} (i=1, 2, \dots)$  の条件のもとに, (付. 1)式が以下のようなベクトル表示のボルテラ級数で展開できる<sup>15), 17)</sup>.

$$\begin{aligned} x(t) = & \int_0^t e^{A\tau_1} b_1 u(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t e^{A\tau_1} b_2 m(t-\tau_1) d\tau_1 \\ & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_1 u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_2 u(t-\tau_1) m(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_1 \\ & \quad \times u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) u(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\ & + \int_0^t \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_2 \\ & \quad \times u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) m(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\ & + \dots \dots \dots \quad (\text{付. 2}) \end{aligned}$$

<付録 2> (3)式で与えた入力観測器の詳細は以下

$$M_p = -b_p/a_p$$

ただし

$$\begin{aligned} a_p = & h_m^{(1)} + h_{um}^{(1)} U_p + h_{uum}^{(1)} (U_p)^2 \\ b_p = & \delta_{p-1} + \sum_{i=1}^p h_{ui}^{(1)} + \sum_{i=1}^p h_{uii}^{(1)} \\ \delta_{p-1} = & \sum_{i=2}^p h_m^{(1)} M_{p+1-i} + \sum_{i=2}^p h_{um}^{(1)} U_p M_{p+1-i} \\ & + \sum_{i=2}^p h_{uum}^{(1)} U_p U_p M_{p+1-i} \\ & + \sum_{i=2}^p \sum_{i_2=i_1} h_{uum}^{(1)} U_{p+1-i_1} M_{p+1-i_2} \\ & + \sum_{i_2=2}^p \sum_{i_3=i_2} h_{uum}^{(1)} U_p U_{p+1-i_2} M_{p+1-i_3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=i_1}^p \sum_{i_3=i_2}^p h_{uum}^{(1)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} M_{p+1-i_3} \\ \sum_{i_1=1}^p h_{ui}^{(1)} U_{p+1-i_1} \\ & + \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=i_1}^p h_{uii}^{(1)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} \\ & + \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=i_1}^p \sum_{i_3=i_2}^p h_{uii_2}^{(1)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} U_{p+1-i_3} \end{aligned}$$

<付録 3> (4)式で与えた動的補償器の詳細は以下

$$A_p(U_p)^3 + B_p(U_p)^2 + C_p(U_p) + D_p = 0$$

ただし

$$\begin{aligned} A_p = & h_{uum}^{(1)} \\ B_p = & h_{uu}^{(1)} + h_{uum}^{(1)} \hat{M}_p + \sum_{i_3=2}^p h_{uum}^{(1)} U_{p+1-i_3} \\ & + \sum_{i_3=2}^p h_{uum}^{(1)} M_{p+1-i_3} \\ C_p = & h_u^{(1)} + h_{um}^{(1)} \hat{M}_p + \sum_{i_2=2}^p h_{uum}^{(1)} U_{p+1-i_2} \\ & + \sum_{i_2=2}^p h_{um}^{(1)} M_{p+1-i_2} \\ & + \sum_{i_2=2}^p \sum_{i_3=i_2}^p h_{uum}^{(1)} U_{p+1-i_2} U_{p+1-i_3} \\ & + \sum_{i_2=2}^p \sum_{i_3=i_2}^p h_{uum}^{(1)} U_{p+1-i_2} M_{p+1-i_3} \\ D_p = & -E_p + h_m^{(1)} \hat{M}_p = -(X_d - \beta_{p-1}) + h_m^{(1)} \hat{M}_p \\ \beta_{p-1} = & \sum_{i_1=2}^p h_u^{(1)} U_{p+1-i_1} + \sum_{i_1=2}^p h_m^{(1)} M_{p+1-i_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=i_1}^p h_{ui}^{(1)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} \\ & + \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=i_1}^p h_{uii}^{(1)} U_{p+1-i_1} M_{p+1-i_2} \\ & + \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=i_1}^p \sum_{i_3=i_2}^p h_{uii_2}^{(1)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} U_{p+1-i_3} \\ & + \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=i_1}^p \sum_{i_3=i_2}^p h_{uii_2}^{(1)} U_{p+1-i_1} U_{p+1-i_2} M_{p+1-i_3} \end{aligned}$$

上記の  $D_p$  からわかるように, Fig. 1 のフィードバック量  $X_p^*$  は, 実際には1時刻前迄の過去の入力の, 現在時刻の出力への影響分  $\beta_{p-1}$  である. 図の中では便宜上, 制御量  $X_p^*$  を直接用いて, これを表現している. Fig. 2 についても同様である.