別　刷

計測自動制御学会　論文集

昭和　　年　　第　　巻　　第　　号

（P.　　～P.　　）

社団法人　計測自動制御学会

<ショート・ペーパー>

計測自動制御学会論文集
Vol. 22, No. 7
(昭和61年7月)

モデル規範形適応制御によるボルテラ級数を用いた呼吸制御系の設計

若 松 秀 俊*

Design of Respiratory Control System Using Volterra Series by Model Reference Adaptive Control

Hidetoshi WAKAMATSU*

1. まえがき

生体の調節系では，構造は不変でもパラメータに個体差や経時変化があって，明確にその値を知ることができないことが少なくない．そのために，既成の制御理論の適用ができず，非線形性の影響もあって調節機能が一部満足に働かないような軽微な不調時でさえも，それを制御するシステム設計が事実上不可能な場合が少なくない．ここではこうした生体の調節系の特質を考慮して，非線形数学モデルとしてボルテラ級数を用いたモデル規範形適応制御方式を呼吸器系の制御に試みる。そして，呼吸器系の特性に関してわずかな知識しか得られない場合であっても，予知できない代謝量の変動の影響に抗して，肺胞気炭酸ガス濃度を望ましい特性に追従させることが必要なときに，この方法が有効であることを示す．

2. 離散時間ボルテラ級数による呼吸器系の記述

対象とする呼吸器系では未知の代謝量 m および肺胞換気量 u が肺胞気炭酸ガス濃度 x に分数調波をもたない非線形関係で影響を与えるものとする．線形関係を含めて，こうした非線形関係を一般的に表わすために適当な関数として，ボルテラ級数が知られており，実システムの表現や制御にも応用されている[1),2)]．

* 足利工業大学電気工学科　足利市大前町 268-1
* Department of Electrical Engineering, Ashikaga Institute of Technology, Ashikaga
(Received December 19, 1985)
(Revised March 26, 1986)
Key Words: artificial control of respiration, Volterra series, model reference nonlinear adaptive control system

呼吸器系の機能を表わすために，肺胞気炭酸ガス濃度 x の平衡点 x_0 を与える肺胞換気量を u_0, 体組織中の代謝量を m_0 とし，x_0, u_0, m_0 からの変動分を新たに，x, u, m と置き換える．つぎにこれらの変数を X_t, U_t, M_t のように離散時間化し，以下のようなボルテラ級数で表わされる関係を仮定する[2)]．

$$
\begin{aligned}
X_{t+1}=&\sum_{i=0}^{t} h_u^i U_{t-i}+\sum_{i=0}^{t} h_m^i M_{t-i}\\
&+\sum_{i=0}^{t}\sum_{j=i}^{t} h_{uu}^{ij} U_{t-i}U_{t-j}\\
&+\sum_{i=0}^{t}\sum_{j=i}^{t} h_{um}^{ij} U_{t-i}M_{t-j}\\
&+\sum_{i=0}^{t}\sum_{j=i}^{t} h_{mm}^{ij} M_{t-i}M_{t-j}\\
&+\sum_{i=0}^{t}\sum_{j=i}^{t}\sum_{k=j}^{t} h_{uuu}^{ijk} U_{t-i}U_{t-j}U_{t-k}\\
&+\sum_{i=0}^{t}\sum_{j=i}^{t}\sum_{k=j}^{t} h_{uum}^{ijk} U_{t-i}U_{t-j}M_{t-k}\\
&+\sum_{i=0}^{t}\sum_{j=i}^{t}\sum_{k=j}^{t} h_{umm}^{ijk} U_{t-i}M_{t-j}M_{t-k}\\
&+\sum_{i=0}^{t}\sum_{j=i}^{t}\sum_{k=j}^{t} h_{mmm}^{ijk} M_{t-i}M_{t-j}M_{t-k}\\
&+\cdots
\end{aligned}
\tag{1}
$$

呼吸器系の構造に関しては，(1)式を仮定した．しかしながら，代謝量の変動分は測定困難であることから，これを未知とすれば，その肺胞気炭酸ガス濃度の変化への寄与も未知である．ここでは，未知の外乱(代謝量の変化分 M_t) の肺 胞気炭酸ガス濃度 X_t への寄与分を肺胞換気量 U_t のパラメータ変動による肺胞気炭酸ガス濃度 X_t への寄与分とみなすことにする．また(1)式は，肺胞換気量に関して無限次数の非線形寄与分をも表わしているので，工学的取り扱い上，有限項で議論する必要がある．それゆえ，呼吸器

系のモデルとして，

$$X_{t+1}=\sum_{i=0}^{p}h_u^iU_{t-i}+\sum_{i=0}^{q}\sum_{j=i}^{q}h_{uu}^{ij}U_{t-i}U_{t-j}+\sum_{i=0}^{r}\sum_{j=i}^{r}\sum_{k=j}^{r}h_{uuu}^{ijk}U_{t-i}U_{t-j}U_{t-k} \quad (2)$$

のような有限項からなるボルテラ級数を考える．ここに，p, q, r は肺胞気炭酸ガス濃度の変化分 X_t への肺胞換気量 U_t の線形および2次，3次の非線形の寄与に関するデータの長さに対応している．

3. 構造に関する部分的知識を基にした適応制御系の設計

以下では，(2)式で与えた呼吸器系の部分的な数学的記述を基にしたモデル規範形適応制御系の構成法を述べる．

規範モデルとしては，文献2)との整合性を考えて，(3)式で与えられる標準伝達関数を用い[3]，これより得られる応答を規範出力 X_t^M とする．

$$W(s)=1/(\alpha_0+\alpha_1\sigma s+\alpha_2\sigma^2s^2+\alpha_3\sigma^3s^3+\cdots) \quad (3)$$

ただし，$\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \cdots\}$

$=\{1, 1, 0.5, 0.15, 0.03, 0.003, \cdots\}$ である．

3.1 呼吸器系モデルのパラメトリック表現

(2)式で与えた呼吸器系のモデルは $f(U_t)=h_{uuu}^{000}(U_t)^3+(h_{uu}^{00}+\theta_2^T\zeta_{2,t})(U_t)^2+(h_u^0+\theta_1^T\zeta_{1,t})(U_t)$とすれば，

$$X_{t+1}=f(U_t)+\theta_0^T\zeta_{0,t} \quad (4)$$

のように，表わすことができる．ただし，

$$\zeta_{0,t}^T=[U_{t-1}, U_{t-2}, \cdots, U_{t-p}, U_{t-1}U_{t-1}, U_{t-1}U_{t-2}, \cdots, U_{t-q}U_{t-q}, U_{t-1}U_{t-1}U_{t-1}, \cdots, U_{t-r}U_{t-r}U_{t-r}]$$

$$\theta_0^T=[h_u^1, h_u^2, \cdots, h_u^p, h_{uu}^{11}, h_{uu}^{12}, \cdots, h_{uu}^{qq}, h_{uuu}^{111}, h_{uuu}^{112}, \cdots, h_{uuu}^{rrr}]$$

$$\zeta_{1,t}^T=[U_{t-1}, U_{t-2}, \cdots, U_{t-q}, U_{t-1}U_{t-1}, U_{t-1}U_{t-2}, \cdots, U_{t-1}U_{t-r}, U_{t-2}U_{t-2}, \cdots, U_{t-r}U_{t-r}]$$

$$\theta_1^T=[h_{uu}^{01}, h_{uu}^{02}, \cdots, h_{uu}^{0q}, h_{uuu}^{011}, h_{uuu}^{012}, \cdots, h_{uuu}^{01r}, h_{uuu}^{022}, \cdots, h_{uuu}^{02r}, \cdots, h_{uuu}^{0rr}]$$

$$\zeta_{2,t}^T=[U_{t-1}, U_{t-2}, \cdots, U_{t-r}]$$

$\theta_2^T=[h_{uuu}^{001}, h_{uuu}^{002}, \cdots, h_{uuu}^{00r}]$ である．

ここに，$\zeta_{0,t}, \theta_0$ は N_0 次元ベクトル，$\zeta_{1,t}, \theta_1$ は N_1 次元ベクトル，$\zeta_{2,t}, \theta_2$ は N_2 次元ベクトルであり，$N_0=p+q(q+1)/2!+r(r+1)(r+2)/3!$，$N_1=q+r(r+1)/2!$，$N_2=r$ で与えられる．

3.2 誤差方程式と適応入力

出力誤差を e_t とすれば，

$$e_{t+1}=X_{t+1}-X_{t+1}^M =f(U_t)+\theta_0^T\zeta_{0,t}-X_{t+1}^M \quad (5)$$

である．したがって，つぎの時刻での出力誤差を $e_{t+1}=0$ とするようにシステムへの入力を決めれば，現在時刻での適応入力 U_t は

$$\hat{f}(U_t)+\hat{\theta}_{0,t}^T\zeta_{0,t}-X_{t+1}^M=0 \quad (6)$$

で与えられる(注1)．ただし，$\hat{\theta}_{0,t}$ は時刻 t におけるパラメータ θ_0 の推定値，$\hat{f}(U_t)$ は(4)式の $f(U_t)$ の θ_1, θ_2 を推定値 $\hat{\theta}_{1,t}, \hat{\theta}_{2,t}$ で置き換えたものである．

3.3 パラメータ同定と適応則

出力誤差は(5)式で表わせるから，推定パラメータを用いて，誤差モデルを

$$\hat{e}_t=\hat{f}(U_{t-1})+\hat{\theta}_{0,t-1}^T\zeta_{0,t-1}-X_t^M \quad (7)$$

と書き表わせば，同定誤差として

$$\varepsilon_t=e_t-\hat{e}_t =\phi_{t-1}^T\xi_{t-1} \quad (8)$$

が得られる．ただし，$\theta^T=[\theta_0^T, h_u^0, \theta_1^T, h_{uu}^{00}, \theta_2^T, h_{uuu}^{000}]$ とし，また時刻 t におけるその推定値を $\hat{\theta}_t$ とすれば，$\phi_{t-1}^T=[\theta-\hat{\theta}_{t-1}]$ であり，

$$\xi_{t-1}^T=[\zeta_{0,t-1}^T, U_{t-1}, \zeta_{1,t-1}^TU_{t-1}, U_{t-1}U_{t-1}, \zeta_{2,t-1}^TU_{t-1}U_{t-1}, U_{t-1}U_{t-1}U_{t-1}]$$

である．このとき，パラメータ調整則として，

$$\hat{\theta}_t=\hat{\theta}_{t-1}+\Gamma_{t-1}\xi_{t-1}\varepsilon_t \quad (9)$$

を与えれば，パラメータについて線形な誤差システムの安定性が保証される[4]．ただし，ゲイン Γ_t は $\Gamma_t^{-1}=\mu_t\Gamma_{t-1}^{-1}+\rho_t\xi_{t-1}\xi_{t-1}^T$ $(0<\mu_t\leqq 1,\ 0\leqq\rho_t<2,\ \Gamma_0>0)$ に従って調整されるものとする(注2)．

4. シミュレーション実験

本論文では呼吸器系は構造の概略以外は未知のものとしているが，シミュレーション実験を行うために，

$$dx/dt=-\{(Q\alpha+u_0)/V_1\}x+\{Q/V_1\}y-(1/V_1)ux-\{m_0/(u_0V_1)\}u \quad (10.1)$$

$$dy/dt=(Q\alpha/V_2)x-(Q/V_2)y+(1/V_2)m \quad (10.2)$$

に示されるような微分方程式表現の呼吸器系を真の呼吸器系とみなすことにする．(10)式は呼吸制御の本質に関係する重要な部分のみについて記述した一般に知られているモデルである[2]．すなわち肺胞気炭酸ガス濃度を x [vol%]，混合静脈血の平均炭酸ガス濃度を y [vol%]，体組織で産生される炭酸ガス量を m [ml/min]，肺胞換気量を u [ml/min]，また肺胞の全

(注1) $U_t\geqq 0$ のもとに，最小の解を選ぶ．$U_t<0$ なる実数解が求まるときには，$U_t=0$ とする．

(注2) 生体現象を表わす変数は有界であることから，パラメータは一定値に収束するとし，出力誤差が零に収束するとした．ただし，このことは適応制御則を外乱を零として，すなわち(2)式をもとにして定めた場合についていえることであって，外乱の影響分を肺胞換気量にかかわるパラメータ変動分に含めて考える実際の制御系では，一定値への収束が必ずしも理論的に保証されない．

容積を V_1[ml]，体組織の等価全容積を V_2[ml]，血流量を Q[ml/min] とし，肺胞・動脈区画および静脈・組織区画に注目して，モデル化したものである．ただし，x, y の平衡点は $F^i(CO_2)$ を吸気の炭酸ガス濃度とし，α と λ をそれぞれ，大気圧と炭酸ガス解離曲線の動作点で決まる定数とすれば，$x_0=F^i(CO_2)+m_0/u_0$, $y_0=\alpha x_0+m_0/Q+\lambda$ で表わされる．シミュレーション実験では，生理学的に取り得る最も標準的な値と考えられる $V_1=2.6\times10^3$[ml], $V_2=4.0\times10^4$[ml], $Q=5.5\times10^3$ [ml/min], $F^i(CO_2)=3.95\times10^{-2}$ [vol%], $\alpha=3.03$, $\lambda=32$[vol%] を用いた．この場合に，同様に生理学的に標準的な値と考えられる一定の肺胞換気量 $U_0=4.5\times10^3$[ml/min], 代謝量 $M_0=2.632\times10^2$[ml/min] に対して得られる平衡状態は $X_0=5.89$[vol%], $Y_0=54.6$[vol%] である．上記で与えたパラメータをもつ呼吸器系について，代謝量変動分 M_t として，m_0 の約10% を最大振幅とする疑似正規乱数信号を印加した場合に，$p=q=r=2$ について，得られた制御特性を **Fig. 1** に示した．サンプル間隔を $\tau=5$[min], $\mu_t=\rho_t=1$ とし，(3)式で与えた規範モデルについては，$\alpha_n=0(n\geqq5)$, $\sigma=25$[min] とした．(a)図は代謝量の変動分を，(b)図は適応的に合成された制御入力を示している．(c)図の破線は目標値変化を -1.0[vol%] としたときの規範モデルの出力特性を表わしており，実線はこれに肺胞気炭酸ガス濃度が追従する様子を表わしている．なお(b)，(d)図より，代謝量変動とともに入力とパラメータの距離が変動しているのがわかる．代射量の変動が存在するなかで得られたシミュレーション実験の結果より，(3)式の規範モデルの代わりに医師からみて医学的に望ましい特性を事前に与えておけば，呼吸器系を表現するに足る非線形モデルの構造（非線形次数と各項の記憶長）を仮定するだけで，パラメータの同定の余裕のない緊急時に人工呼吸が必要な場合でも，患者の個体差によらない肺胞気炭酸ガス濃度の制御が理論上可能であることがわかる．

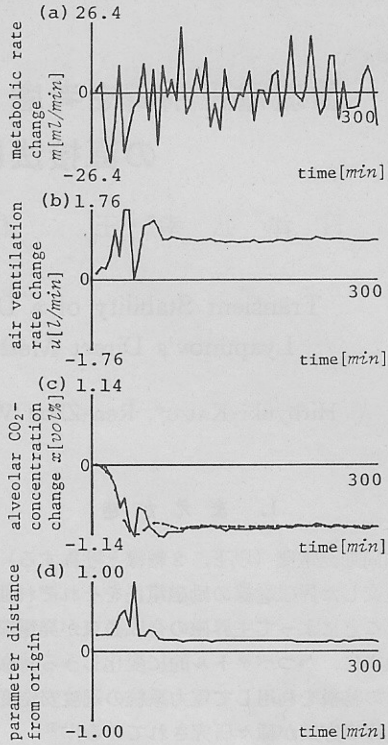

Fig. 1 Dynamic characteristics of model reference nonlinear adaptive control system of respiration under the existence of metabolic rate change
(a) Given disturbance: metabolic rate change M_t [ml/min]
(b) Controlling input: air ventilation rate change U_t [l/min]
(c) Controlled output: alveolar CO_2-concentration X_t [vol%] (solid line)
Reference output: X_t^M[vol%](broken line) given by eq. (3) for the step change from 0 to -1.0 [vol%] in desired value
(d) Estimated parameter distance with normalization measured from $\boldsymbol{\theta}=\mathbf{0}$

5. あとがき

本論文では，これまでの方法と比較して呼吸器系に関する知識をより必要としないような制御系の構成を行うことを念頭において，ボルテラ級数を用いた非線形系のモデル規範形適応制御系の設計法を提案した．そして，呼吸器系の構造に関するわずかの知識だけを仮定しさえすれば，代謝量の変動があっても，与えられた望ましい特性が適応的に実現できることをシミュレーションの一例を通して示した．しかし，適応制御で問題となり，しかも生体の安全性に関わる適応入力および内部信号の有界性に関する議論が肝要であり，今後の研究課題とするところである．

参考文献

1) J.F. Barrett: A Bibliography on Volterra Series, Hermite Functional Expansions, and Related Subjects, The Eindhoven Univ. Tech., Eindhoven (1980)
2) 若松，北森：部分的モデルマッチングによるボルテラ級数を用いた呼吸制御系の設計，計測自動制御学会論文集，**21**-11, 1231/1238 (1985)
3) 北森：制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法，計測自動制御学会論文集，**15**-4, 549/555 (1979)
4) ランダウ，富塚：適応制御システムの理論と実際，オーム社 (1981)