1509 ボルテラ級数を用いた部分的モデルマッチングによる肺胞気炭酸ガス濃度制御系の設計

東京医科歯科大学 ※若松秀俊　　東京大学 北森俊行

[1]はじめに　我々が通常遭遇するシステム制御では制御対象の特性を完全に記述できることは極めて稀である。こうした場合にあっても適切な補償と制御を行い得る方法が提案されており、その方法は非線形制御対象についても原理的に適用可能であることが示されている。[1)2)] ここでは制御対象がボルテラ級数に展開し得る非線形系である場合に、有限項に関する知識しかもちあわせていなくとも、適切な逆システムを得て構成した制御系全体に線形の参照モデルの特性を与えて、定常位置偏差を零にするような設計法[3)]を述べるとともに、これを呼吸器系の制御に応用することにする。

[2]呼吸器系の記述　平衡点からの偏差に注目して呼吸器系を表現する。炭酸ガス体積に換算した体内の代謝量および肺胞換気量が平衡状態を与える値からのそれぞれの偏差を u[ℓ/min]，m[ℓ/min]、また肺胞気および混合静脈血の炭酸ガス濃度の平衡値からの変化分をそれぞれ x[Vol%]，y[Vol%]とする。さらに肺胞の全容積を V_1[ℓ]，体組織の等価全容積を V_2[ℓ]，血流量を Q[ℓ/min]とすれば 呼吸器系は平衡点のまわりで(1)式のように表わせる。[4)]

$$\frac{d}{dt}x = Ax + uN_1x + Bu \tag{1}$$

ただし

$$x' = [x, y] \quad u' = [u, m]$$

$$A = \begin{bmatrix} -(QBa+u_0)/V_1 & Q/V_1 \\ QBa/V_2 & -Q/V_2 \end{bmatrix}$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} -1/V_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} (F'(CO_2)-x_0)/V_1 & 0 \\ 0 & 1/V_2 \end{bmatrix}$$

[3]参照モデルを与えた制御系の設計

制御対象を H とするとき、Figs. 1, 2に示すような「継続補償」および「フィードバック補償」による制御系を構成する。その際に制御系全体の入出力特性を参照モデルの特性に一致させるような設計を行う。

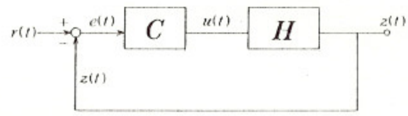

Fig.1 Control system with cascade compensation

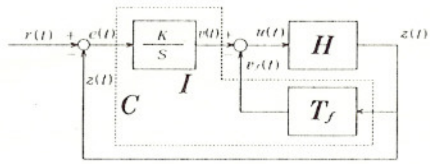

Fig.2 Control system with feedback compensation

(2)式により参照モデル W を与える。

$$W(s) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1\sigma S + \alpha_2\sigma^2S^2 + \alpha_3\sigma^3S^3 + \alpha_4\sigma^4S^4 + \cdots\cdots} \tag{2}$$

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \cdots\cdots\} = \{1, 1, 0.5, 0.15, 0.03, 0.003, \cdots\cdots\}$$

このとき $z=W(r)$ の特性を実現するための継続補償器 C およびフィードバック補償器 T_f はそれぞれ(3), (4)式で与えられる。

$$C(e) = H^{-1}(W^{-1}-E)^{-1}(e) \tag{3}$$

$$T_f(z) = (KD^{-1}(W^{-1}-E) - H^{-1})(z) \tag{4}$$

[4]制御対象 H の記述とその逆システム H^{-1}

前記のように制御系の設計には制御対象の逆システムが必要であり、これが求められれば完全なモデルマッチングが可能である。しかしながら一般の非線形系について逆システムを求めることは決して容易ではない。それゆえ、ここでは非線形制御対象がボルテラ級数を用いて部分的に把握できたものと仮定して制御系の設計を行う。この設計は、線形系で行われている設計法[1)]の拡張として行われたボルテラ型非線形制御対象に関する部分的モデルマッチングに

よる制御系設計法[3]の応用である。

まず、制御対象 H を Rao & Mohler の方法[5]に従ってボルテラ級数に展開する。　このとき、制御対象 H について、代謝量の変動分 m に関する特性および4次以上の高次非線形項に関する知識が全く得られないものとすれば、制御対象 H は実際には (1) 式の特性を備えているにもかかわらず、(5) 式としてしか表現できないことになる。

$$
\begin{aligned}
z(t)(=x(t)) &= \int_0^t \overset{(1)}{h}_u(\tau_1)u(t-\tau_1)d\tau_1 \\
&+ \int_0^t\int_0^t \overset{(1)}{h}_{uu}(\tau_1,\tau_2)\,u(t-\tau_1)u(t-\tau_2)\,d\tau_1 d\tau_2 \\
&+ \int_0^t\int_0^t\int_0^t \overset{(1)}{h}_{uuu}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)u(t-\tau_1)u(t-\tau_2)u(t-\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \quad (5)
\end{aligned}
$$

ただし　$B=[b_1 \vdots b_2]$，$\tau_3>\tau_2>\tau_1$，$e^{A\tau_1}b_1=[\overset{(1)}{h}_u(\tau_1),\ \overset{(2)}{h}_u(\tau_1)]^T$，

$e^{A\tau_1}N_1e^{A(\tau_2-\tau_1)}b_1=[\overset{(1)}{h}_{uu}(\tau_1,\tau_2),\ \overset{(2)}{h}_{uu}(\tau_1,\tau_2)]^T$，

$e^{A\tau_1}N_1e^{A(\tau_2-\tau_1)}N_1e^{A(\tau_3-\tau_2)}b_1=[\overset{(1)}{h}_{uuu}(\tau_1,\tau_2,\tau_3),\ \overset{(2)}{h}_{uuu}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)]^T$

次に制御対象の不完全な認識の結果をもとにした逆システムを Schetzen の「P次逆システム」[6]に基づいて構成する。　これは P→∞ としたときに (5) 式で表わしたシステムの逆システムになる。　(5) 式より得られる肺胞換気量の変化分 $u(t)$ に関する各項の作用素を順に H_1, H_2, H_3 とすれば「P次逆システム」は Fig.3 に示すように線形項に関する逆システムと非線形項の作用素 H_2, H_3 を用いて表わせる。ここでは「3次逆システム」を実際に用いた。

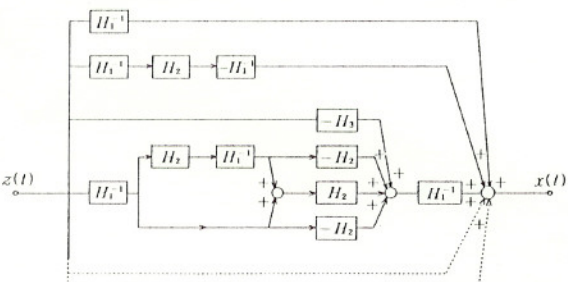

Fig.3 pth-order inverse of the system represented by eq.(5)

[5] 呼吸制御系の設計とその特性

[3] に述べた方法に従って設計した2種類の制御系について、目標値変化および外乱（代謝量の変化）に対する制御特性を検討した。サンプル間隔 5 [min] について得られた結果を Figs.4.5 に示した。

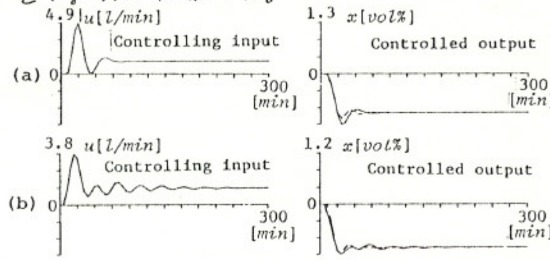

Fig.4 Characteristics for desired output change
(a) Cascade compensation　σ = 12
(b) Feedback compensation　σ = 11.5　K = -22.84

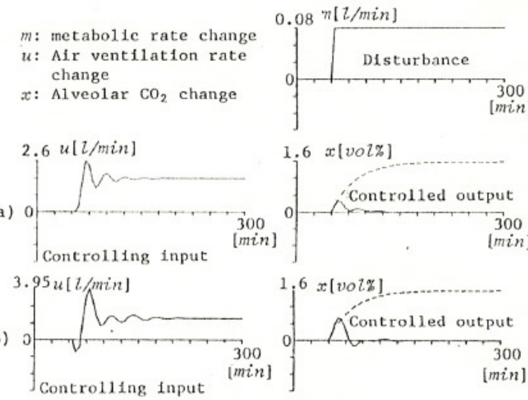

Fig.5 Characteristics for step disturbance
(a) Cascade compensation　σ = 7.0
(b) Feedback compensation　σ = 11.76　K = -15.5

[6] おわりに　　ボルテラ級数で表現した非線形系の部分的モデルマッチング法による制御系の設計法をボルテラ級数で部分的に記述された呼吸器系の制御に応用し、その有効性を確認した。

[7] 文献

1) 北森：制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法，SICE 論文集 15，549-555 (1979)．
2) T. Kitamori: A design method for nonlinear control systems based upon partial knowledge about controlled objects, Proc. IFAC 8th World Congr.,1,455-461 (1981)
3) 若松，北森：ボルテラ級数で表現された非線形系の部分的知識に基づく制御系の設計，SICE 第9回システムシンポジウム論文集 (1983)．
4) R. Mohler: Bilinear control processes, Acad. Press, New York (1973).
5) K. Rao & R. Mohler: On the synthesis of Volterra kernels of bilinear systems, Autom. Control Theory & Appl., 3, 44-46 (1975).
6) M. Schetzen: Theory of p th-order inverses of nonlinear systems, IEEE Trans.Circ. Syst., 23, 285-291 (1976).