

東京医科歯科大学、医器材研 ^{*}若松秀俊 東京大学、工学部 北森俊行

(2)はじめに ボルテラ級数が比較的広範囲な class の非線形系の表示に有効であることが知られている。ここでは非線形システムである呼吸器系をボルテラ級数で表示し、既に提案されているボルテラ型非線形系に因する制御方式と応用する。以下に肺胞気炭酸ガス濃度を任意の目標値に精度よく制御できるシステムの具体的設計法と述べるとともに、制御系内で用いられる逆システムについては可逆性か、また制御器についてはその解の存在が保証されることを示す。

(2)呼吸器系のボルテラ級数表示 平衡点からの偏差に注目して呼吸器系を表示する。炭酸ガス濃度に換算した体内の代謝量および肺胞換気量が平衡状態を与える値からのそれぞれを u [l/min], m [l/min], また肺胞気および混合静脈血の炭酸ガス濃度の平衡値からの変化分とそれぞれ x [vol %], y [vol %] とする。さらに肺胞の全容積を V_1 [l], 体組織の等価全容積を V_2 [l], 血流量を Q [l/min] とすれば、呼吸器系は平衡点のまわりで(1)式のように表わせる¹⁾。

$$\frac{d}{dt}x = Ax + uN_1x + Bu \quad (1)$$

ただし $x^T = [x, y]$ $u^T = [u, m]$

$$A = \begin{bmatrix} -(QBa + u_0)/V_1 & Q/V_1 \\ QBa/V_2 & -Q/V_2 \end{bmatrix}$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} -1/V_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} (F^v(CO_2) - x_0)/V_1 & 0 \\ 0 & 1/V_2 \end{bmatrix}$$

(1)式のまま制御を行う方法はすでに提案されており、その有効性も確認されている²⁾。ここでは、ボルテラ級数で表示可能な非線形系の制御を念頭に置いているので、

(1)式と Rao & Mohler の方法³⁾とを参考にしてボルテラ級数で展開すれば、(2)式を得る。

$$x(t) = \int_0^t e^{A\tau_1} b_1 u(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t e^{A\tau_1} b_2 m(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t \int_0^{\tau_1} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_1 u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \int_0^t \int_0^{\tau_1} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} b_2 u(t-\tau_1) m(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \int_0^t \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_1 u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) u(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \int_0^t \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} e^{A\tau_1} N_1 e^{A(\tau_2-\tau_1)} N_1 e^{A(\tau_3-\tau_2)} b_2 u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) m(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots \quad (\tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3 \leq \dots) \quad (2)$$

サンプリング時刻 P における入力 u, m を U_p, M_p とする。ここで状態変数 x, y を X_p, Y_p と置いて、(2)式を離散時間表示すれば(3)式が得られる。

$$X_p = \sum_{i=1}^p h_{11}^{(i)} U_{p+1-i} + \sum_{i=1}^p h_{12}^{(i)} M_{p+1-i} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p h_{11}^{(ij)} U_{p+1-i} U_{p+1-j} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p h_{12}^{(ij)} U_{p+1-i} M_{p+1-j} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p h_{11}^{(ijk)} U_{p+1-i} U_{p+1-j} U_{p+1-k} + \dots \quad (s = 1, 2) \quad (3)$$

(3)制御系の構成原理 ボルテラ型非線形系に関する目標値追従型非線形制御方式⁴⁾を呼吸器系(制御対象 H) の肺胞気炭酸ガス濃度の制御に應用する。このとき代謝量の変動分 M_p を理論的に再現する観測器としての逆システムを K_m とする。また代謝量の変動分による肺胞気炭酸ガス濃度 X_p への影響分を補償し X_p を目標値 X_d に制御するにための入力(肺胞換気量) U_p を発生させる動的補償器(制御器)を C_u とする。ここでは呼吸器系を3次のボルテラ

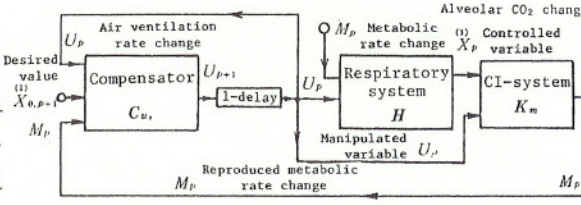


Fig.1 Nonlinear control system of respiration

第25回自動制御連合講演会(昭和57年11月18日・19日・20日)

級数で表示したときに、Fig.1 に示したような非線形制御系と構成した。

[代謝量の変動分 M_p と再現する動的観測器 K_m]
この観測器は測定可能な肺胞気炭酸ガス濃度と既知の肺胞換気量のそれと水の変化分 X_p と U_p を用いて呼吸器系 H に入る観測困難な代謝量の変動分 M_p と再現する条件逆システム⁽⁴⁾として(4)式のように構成できる。

$${}^{(1)}a_p M_p + {}^{(1)}b_p = 0 \quad (4)$$

ただし

$${}^{(1)}a_p = h_{11}^{(1)} + h_{12}^{(1)} U_p + h_{13}^{(1)} (U_p)^2$$

$${}^{(1)}b_p = \delta_{p-1} + X_{n,p} - X_p$$

$${}^{(1)}\delta_{p-1} = \sum_{i_1=2}^p h_{11}^{(1)} M_{p-1-i_1} + \sum_{i_2=2}^p h_{12}^{(1)} U_p M_{p-1-i_2} + \sum_{i_3=2}^p h_{13}^{(1)} U_p U_p M_{p-1-i_3}$$

$$+ \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=1}^{i_1-1} h_{12}^{(1)} U_{p-1-i_1} M_{p-1-i_2} + \sum_{i_2=2}^p \sum_{i_1=1}^{i_2-1} h_{12}^{(1)} U_p U_{p-1-i_1} M_{p-1-i_2}$$

$$+ \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=1}^{i_1-1} \sum_{i_3=1}^{i_2-1} h_{13}^{(1)} U_{p-1-i_1} U_{p-1-i_2} M_{p-1-i_3}$$

$${}^{(1)}X_{n,p} = \sum_{i_1=1}^p h_{21}^{(1)} U_{p-1-i_1} + \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=1}^{i_1-1} h_{22}^{(1)} U_{p-1-i_1} U_{p-1-i_2}$$

$$+ \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=1}^{i_1-1} \sum_{i_3=1}^{i_2-1} h_{23}^{(1)} U_{p-1-i_1} U_{p-1-i_2} U_{p-1-i_3}$$

$(h_{11}^{(1)})^2 < 4(h_{12}^{(1)}(h_{13}^{(1)}))$, $h_{11}^{(1)} \neq 0$ による(4)式において $a_p \neq 0$

であるから、このとき K_m の可逆性が成立する。

[動的補償器(制御器) C_p]
(4)式に示した K_m により再現された M_p は(3)式に「delay⁽⁵⁾」が存在しないので1時刻分だけ外挿して M_{p+1} になる。動的補償器 C_p はこの M_{p+1} を用いて1時刻後の肺胞気炭酸ガス濃度の変化分 X_{p+1} と目標値の X_0 に一致させるような肺胞換気量の変化分 U_{p+1} を求める系である。これを(5)式で示した。

$${}^{(1)}A_p (U_{p+1})^2 + {}^{(1)}B_p (U_{p+1}) + {}^{(1)}C_p (U_{p+1}) + {}^{(1)}D_p = 0 \quad (5)$$

ただし ${}^{(1)}A_p = h_{11}^{(1)}$

$${}^{(1)}B_p = h_{12}^{(1)} + h_{13}^{(1)} U_p + \sum_{i_1=2}^p h_{12}^{(1)} U_{p-1-i_1} + \sum_{i_2=2}^p h_{13}^{(1)} U_p M_{p-1-i_2}$$

$${}^{(1)}C_p = h_{21}^{(1)} + h_{22}^{(1)} U_p + \sum_{i_1=2}^p h_{22}^{(1)} U_{p-1-i_1} + \sum_{i_2=2}^p h_{23}^{(1)} U_p M_{p-1-i_2}$$

$$+ \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=1}^{i_1-1} h_{22}^{(1)} U_{p-1-i_1} U_{p-1-i_2} + \sum_{i_2=2}^p \sum_{i_1=1}^{i_2-1} h_{22}^{(1)} U_p U_{p-1-i_1} M_{p-1-i_2}$$

$${}^{(1)}D_p = \delta_{p-1} + X_{n,p} - X_p, \quad X_{n,p} = \sum_{i_1=1}^p h_{21}^{(1)} M_{p-1-i_1}$$

$${}^{(1)}\delta_{p-1} = \sum_{i_1=2}^p h_{11}^{(1)} U_{p-1-i_1} + \sum_{i_2=2}^p \sum_{i_1=1}^{i_2-1} h_{12}^{(1)} U_{p-1-i_1} U_{p-1-i_2} + \sum_{i_3=2}^p \sum_{i_1=1}^{i_3-1} h_{13}^{(1)} U_p U_{p-1-i_1} U_{p-1-i_2}$$

$$\times M_{p-1-i_3} + \sum_{i_2=2}^p \sum_{i_1=1}^{i_2-1} \sum_{i_3=1}^{i_1-1} h_{13}^{(1)} U_{p-1-i_1} U_{p-1-i_2} U_{p-1-i_3}$$

$$+ \sum_{i_1=2}^p \sum_{i_2=1}^{i_1-1} \sum_{i_3=1}^{i_2-1} h_{13}^{(1)} U_{p-1-i_1} U_{p-1-i_2} M_{p-1-i_3}$$

制御対象には「delay」がなく ${}^{(1)}A_p = h_{11}^{(1)} (\neq 0)$ であるから(5)式は少なくとも1個の実数解をもつ。したがって M_p の X_p への影響分を補償し「から」目標値 X_0 を理論的に実現できる。

[4]制御系のシミュレーション実験 $Q = 5.5$ [L/min],

$$V_1 = 2.6$$
 [L], $V_2 = 40$ [L], $B\alpha = 3.03$, $\beta = 32$ [vol %], $F^i(\text{CO}_2)$

$$= 3.95 \times 10^{-4}$$
 とする。 $u_0 = 4.5$ [L/min], $m_0 = 0.2632$ [L/min]

として平衡点、 $x_0 = 5.89$ [vol %], $y_0 = 54.6$ [vol %] と得る。

代謝量が m_0 から m だけ変化したときに x_0 からの偏差 X_0 が零(定値制御)になるように前述の制御を行った。結果をFig.2に示した。

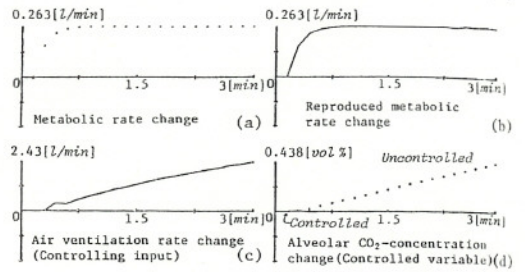


Fig.2 Simulation of controlling respiratory system

[5] おわりに
本研究は人工呼吸の際に、体内の代謝量の変動によって影響を受ける肺胞気炭酸ガス濃度と所望の目標値に精度よく制御することと目的としたものである。その基本は代謝量の変化分と観測困難な外乱入力とみなし、肺胞気炭酸ガス濃度への外乱の寄与分と値が自由に設定できる他の入力(肺胞換気量)によって補償し目標値を実現することにある。その制御法則はポルテラ型非線形系における目標追従型制御系の設計法より直接に求めたものである。

[6] 文献

- 1) R. Mohler: Bilinear control processes, Acad. Press, New York (1973).
- 2) H. Wakamatsu, S. Kaguei & M. Noshiro: Respiratory control system with nonlinear inverse to maintain constant alveolar CO₂ concentration, Jap. J. Med. Electron. & Biol. Eng., 19, 438-441 (1981).
- 3) K. Rao & R. Mohler: On the synthesis of Volterra kernels of bilinear systems, Autom. Control Theory & Appl., 3, 44-46 (1975).
- 4) H. Wakamatsu: New methods of controlling nonlinear system represented by discrete Volterra functional series, Prepr. IFAC Symp. Theory & Appl. Digital Control, 1, Sess. 2, 26-34 (1982).