

# 生体数理シミュレーションのためのモデル等価配置を 実現する正四面体格子座標系の提案と検討

正員 本間 達<sup>\*a)</sup> 非会員 若松 秀俊<sup>\*</sup>

## Regular Tetrahedral Lattice Coordinate System for an Equivalent Arrangement of Bio-mathematical Models Reflecting Objects' Shape

Satoru Honma<sup>\*</sup>, Member, Hidetoshi Wakamatsu<sup>\*</sup>, Non-member

(2017年1月4日受付, 2017年5月11日再受付)

Mathematical simulation is utilized to visualize the invisible phenomena, such as distribution of temperature and/or stress in a concerning object, by using properly structuralized nodes on each grid point of the orthogonal coordinate system. Here, the close-packed nodes with same effective radius are set on the vertex of regular tetrahedrons. Thus, the mathematical simulation calculating the interactions among nodes can be appropriately performed on the newly proposed coordinate system, which consists of continuous connection of regular tetrahedrons with six basic lattices. Then, the regular tetrahedron lattice coordinate system is well confirmed for the description of definite nodes having interaction with their neighboring ones.

キーワード: 正四面体格子座標系, ノードモデル, 数理シミュレーション, 医療システム, ライフ・イノベーション

**Keywords**: regular tetrahedral lattice coordinate system, node model, mathematical simulation, medical system, life innovation

### 1. はじめに

科学的手法に基づく解析結果から, 様々な現象の因果関係を数学的に表現した数理モデルを用いるシミュレーション<sup>(1)(2)</sup>は, 物体の動態を表現するなどの現象の再現のみならず, 現在の観測値から起こり得る抽象事象の予測や外部から視認できない内部状態を推定し可視化するなど, 不確定事項を含めた多くの有益な情報提示を可能にする。医学の領域では生体を侵襲することなく, 様々な治療の手法が及ぼす影響や体内で生じる生体活動の推定を実現する。推定された生体活動を対象として, 医療機器の安全性および有効性の確認試験をおこなえば, 治験や臨床研究の計画立案のみならず期間の短縮も可能であり, ライフ・イノベーションに大きく寄与することが期待できる。

シミュレーションで用いる数理モデルのうち, 入力と出力のみに注目してその関係を数学的に表したコンパートメ

ント (compartment) モデル<sup>(3)</sup>は, 人体組織の機能が未解明である場合でも, その作用について数学的な表現を実現する。この手法では組織内部の状態を均一とみなして取り扱うので, 組織内部に状態分布が生じることを前提とする場合は, 細分した組織の代表点にノード (node) を配置するノードモデルを用いるのが適切である<sup>(4)~(6)</sup>。このモデルではノードの配置がシミュレーションの結果に影響を及ぼすので, 目的に応じた様々な配置法が検討されてきた<sup>(7)~(11)</sup>。

任意に設定した観測点にノードを配置する有限要素法では, ノード間の距離や接続数を固定しないので, 計算機の演算能力に応じてノードの数などを設定できる利点がある<sup>(4)(5)</sup>。

一方, ノード間の距離や接続数を一定とすれば, 物理的な特性を表現するパラメータの変更による影響が明確になるので, 空間内に均等配置した格子点にノードを配置する手法も提案されている<sup>(6)~(10)</sup>。これらの手法はコンパートメントモデルや有限要素法と比較して, 演算量も増加する場合があります。形状を厳密に反映しない場合もある。しかしながら, 各ノードの位置を明確にできる利点があるので, 計算機の演算能力向上にともない, 格子を細分化して精密な演算を実現してきた。

a) Correspondence to: Satoru Honma. E-mail: hommtec@tmd.ac.jp

<sup>\*</sup> 東京医科歯科大学大学院保健衛生学研究所

〒113-8519 東京都文京区湯島 1-5-45

Graduate School of Health Care Sciences, Tokyo Medical and Dental University

1-5-45, Yushima, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8519, Japan

ところで、計算を単純化するためにノードの有効半径を一定と考え、これを表現する球体を稠密に積み重ねると、その中心を接続した構造は正四面体になる。正四面体は最小限の格子点で形成し得る安定構造であることをマクスウェルが証明しており<sup>(11)</sup>、これらの観点から、計算プログラム作成が容易で空間座標の表現に広く用いられている直交座標系に、正四面体構造を基本構造として配置し、演算を行なう方法<sup>(6)</sup>が広く用いられている。

直交座標系の格子点に正四面体の頂点を一致するためには、立方体の各面の対角線（以下、平面对角線）を一辺とするように配置するが、連続的に配置すると、二系統の正四面体格子が交差せず並列するので、近距離にあるノード間でも相互作用を生じない場合がある。これを解決するために正四面体間を直交座標の格子で接続する手法や、直交座標系内に形成される立方体の辺、平面对角線と立方体の対角線（以下、立体対角線）を組み合わせた四面体を配置する手法などが提案されている<sup>(6)</sup>。しかしながら、これらはノード間の距離やノードの有効範囲の形状を複雑にするので、ノードのもつ物理的な性質の理解が困難になり、さらに演算量が増加する問題点もある。この点を明確にしたものが付録に図示してある。

一方、直交座標系と独立した、正四面体の連続配置により人体組織の形状を再現する手法<sup>(7)(8)(12)</sup>が提案されている。この手法では、正四面体の頂点に他の正四面体の頂点を接続して、ピラミッド状に接続関係を形成するが、その接続関係をデータベースで保持しており、複雑な形状の形成では対応関係の探索に時間がかかる場合がある。

これらの観点から正四面体を基本構造としてノードを配置する場合は、基本構造である正四面体を連続配置した座標系で考え、直交座標系と同様に取り扱えるような一定の法則に基づいて接続関係を示すのが適切である。それにもかかわらず、このような正四面体座標系で、任意の形状配置を実現しながらも、接続関係を示す法則性について示された例は見あたらない。一方、本間らは正四面体を連続配置して形成される格子座標系にノードを配置する手法により、粘弾塑性体モデルによる力学モデル<sup>(1)(2)(9)</sup>や熱力学モデルを適用した人体頭部の温度分布可視化モデル<sup>(10)</sup>を提案してきた。特にこれを用いた熱力学のシミュレーションの結果<sup>(13)(14)</sup>は、実験装置を用いた測定結果と良好に一致しており、生体数理モデルを用いた高精度なシミュレーションが可能であることが示されている。しかしながら、このような格子座標系にノードを配置するときの規則性について、その一部を発表したのみであり<sup>(15)</sup>、演算の手法については明確に示してこなかった。

本論文では、ライフ・イノベーションに大きく寄与する生体数理シミュレーションでの使用を念頭に置いて、上述の研究で用いた正四面体の連続配置で構築される格子構造上に、一定の法則で接続関係を表現する正四面体格子座標系を新たに定義する。この座標系内でのノードの相対関係を明確にして、ノード間の相互作用を考慮する数理シミュレ

ションの一般的手法を確立する。これにより計算の手順を明確に示す。さらに仮想空間内での物体形状構築の手法について検討し、他の座標系との比較により、この座標系の有用性を検討する。

## 2. 数理モデルによる解析

**〈2.1〉 ノードモデルの利用** 一般的な数理モデルは、連続する時間もしくは空間に関する微分方程式で表現されており、多くのシミュレーションでは、任意の時刻における観測データを用いて次の時刻の変化もしくは状態を計算する<sup>(1)(2)</sup>。このとき1-サンプリング前の演算結果を観測データとみなし、時間および空間の差分を可能な限り小さくすれば、非線形現象を線形近似し、時系列に沿った状態推移を連続的に計算することが可能である。線形近似により、1回あたりの演算に要する時間は減少するが、差分を小さくするほど演算量は増加する。このため、演算誤差を考慮して許容できる収束誤差を設定し、その範囲内で演算量を最小にする差分を設定する。

ところで、数理モデルには、一定の機能を実現するために分割が困難な、実在の機能単位に対応するコンパートメントモデル<sup>(3)</sup>と、特定の法則が成立するような条件を満たす範囲で、細分化した領域内の状態を検討するノードモデルがある<sup>(4)~(10)</sup>。

入力と出力の關係に注目するコンパートメントモデルは、その表現する領域の形状や大きさなどの特性を含めて数理モデルのパラメータを設定し、内部状態を均一とみなす。入力と出力が固定可能な場合の利用が特に有用であり、血流によって入出力の方向が決定できる医学・薬学領域で効果的に用いられている。

一方、数理モデル自体が形状に由来するパラメータを持たない場合や入出力の方向を一つに固定できない場合、コンパートメントをより細分化したノードモデルを用いる手法が適切である。ノードは節点を表わし、その周辺の質量や温度など実体にもなる特性を代表する。一般的にノードモデルではノード間の接続をリンク (link) と表現するが、例えばバネモデル<sup>(1)(2)(9)</sup>や熱移動モデル<sup>(10)(13)(14)</sup>のように接続のみならずエネルギーの伝達、減衰、蓄積などもノードの接続要素によって表わすことが適する場合もある。そこで本論文では接続およびこれに伴うエネルギー伝達を概念的に示す経路 (channel) を定義する。このとき、経路で直接接続したノード間でのみエネルギーの伝達や減衰を考慮する。すなわち経路で直接接続する二つのノード間のみ相互作用を生じ、この関係を数理モデルが表現する。経路で接続しないノード間の相互作用は考慮しないが、任意のノードと接続するノードが配置によって複数存在するので、接続する全てのノード間の相互作用を考える。このため、ノードモデルでは、ノードと経路のそれぞれにおける作用を表現する数理モデルを組み合わせ使用。ノード間の距離が十分小さいとき、ノードおよび経路の表現する数理モデルは差分計算で線形近似が可能であり、これらの集

合である機能単位では非線形の特長も表現することが可能である。

**〈2・2〉 数理解析で用いる一般的な差分方程式** 上述したように、ノードモデルでは経路が接続する全てのノード間の相互作用を考慮し、各ノードごとに現時刻の状態から次の時刻の状態変化を差分方程式で算出する。時刻  $t$  における特定のノード  $N_0$  の状態変数、このノード  $N_0$  自体がもつ特性によって能動的に生じる状態変化を表現するバイアス値、およびこれに直接接続する  $n$  個のノード  $N_i (i=1\sim n)$  との間に生じる相互作用により、1 サンプリング間隔後の時刻  $t+1$  の状態が算出できる。これは(1)式の一般式で表すことができる。

$$\xi_0(t+1) = \xi_0(t) + \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_{i0}(t) \{ \xi_i(t) - \xi_0(t) \} + \mathbf{B}_0(t) \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 $\xi$  はノードの内部状態を表す変数ベクトルであり、 $\mathbf{k}$  は状態変数の差分に基づいて状態を変化させる係数行列である。また、 $\mathbf{B}$  はバイアス値を表す。各変数ベクトルの添字は状態変化を計算するノード  $N_0$  に接続するノードの番号を表しており、 $i0$  はそれぞれノード  $N_0$  と  $N_i$  の間に生じる相互作用であることを表している。

各ノードおよび経路の特性を表すパラメータを個別に設定し、統一した演算手法を用いてノードの状態変化や節点間のエネルギー伝達を計算する。粘弾塑性体モデルで構築した物体の位置姿勢および形状の変化を計算する場合<sup>(2)(9)</sup>、状態変数は各ノードの座標と速度成分であり、係数ベクトルが弾性、粘性、塑性を表す。熱伝導モデルとして、物体内部の温度分布を算出する場合<sup>(10)</sup>には、状態変数は各ノードの温度、係数ベクトルは熱移動係数を表し、内部で発生する熱量をバイアス値として考えることができる。

### 3. 正四面体格子座標系の構築

**〈3・1〉 ノード配置の基本単位** ノードモデルは物体を細分化した各部分ごとの状態を表現するので、空間内にノードを配置して物体の形状を再現する必要がある。ノードの有効範囲の容積と経路の長さを均一として考えれば、これに対応する数理モデルに与えるパラメータは、物体の特性と直接関連する。このためシミュレーションの結果について検討する際に議論を単純化できる利点がある。ノードが代表して表現する範囲は、ノードを中心とする一定の有効半径内部と定義することができるので、その有効範囲は球状である。各ノードの有効半径を均一と考え、各球体が接して相互作用を経路で直接及ぼすように配置すると球体はすき間なく空間内に充填し、立体形状を表現する最小単位は、正四面体の各頂点にノードを配置した構造になる。これは、Fig.1 に示すように稠密六方格子として知られる配置の一部である。

すなわち、ノードを空間内に均一かつ稠密に配置する場合、基本構造である正四面体を連続的に配置して構成される各頂点にノードが存在し、これらを接続する経路が各辺

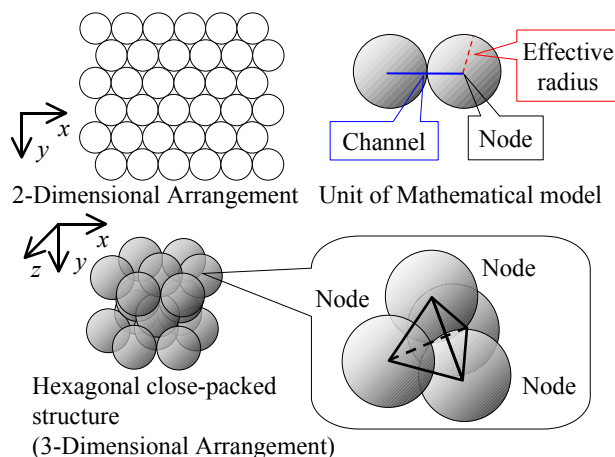


Fig. 1. Structural description of an object with the connections of nodes.

と一致する。

**〈3・2〉 正四面体を連続配置した斜交座標系** ノード間のエネルギー伝達や物質の収支を考えるためには、各ノード間の接続関係が明確でなければならない。特定の2つのノードが、経路により直接接続しており、相互作用が可能である状態を「隣接する」と定義すれば、上述した正四面体の連続配置では、頂点にある1つのノードがその周辺にある12のノードと隣接していることがFig.1より明らかである。空間内に均等配置する無数のノードおよび経路を系統的に管理して、特定のノードと相互作用する最大12のノードを重複することなく決定するために、正四面体を連続的に配置した格子で構成する座標系を構築する。この座標系にノードと経路を配置し、格子座標を基準とする番号をそれぞれに割り当てれば、各ノードおよび経路を個別に識別可能である。

隣接するノードが構成する任意の正四面体を選択すると、これを構成する1つの面を含む平面上には、正三角形が連続的に配置した正三角形格子が形成されている。この格子は、正三角形の各辺を延長した直線およびこれと平行な無数の直線で構成される斜交座標系を表現する。立体の場合、正四面体の向かい合う3組の辺はそれぞれ、ねじれの位置関係にあるので、対応する6本の座標軸を設定する。

まず、一般的な座標系と同様に空間内に3本の基本座標軸を設定する。具体的には正四面体の1つの頂点を原点として定め、原点から他の頂点に接続する3本の辺を延長する直線を、 $\angle_x$  軸、 $\angle_y$  軸、 $\angle_z$  軸と定義する。この3軸のうち任意の2軸は60[deg]で交差し、それぞれを含む平面を構成する。 $\angle_x$  軸と $\angle_y$  軸を含む $\angle_x - \angle_y$  平面上には、原点において各軸と等角で交差する別の格子が存在する。数理シミュレーションでは全てのノードと経路を考慮するので、この格子およびこれと平行な格子に存在する経路を区別する必要がある。そこで、この格子をFig.2に示すように考え、 $\angle_{xy}$  軸と定義する。また、 $\angle_y - \angle_z$  平面および $\angle_z - \angle_x$  平面においても同様に $\angle_{yz}$  軸と $\angle_{zx}$  軸を定義する。これによって

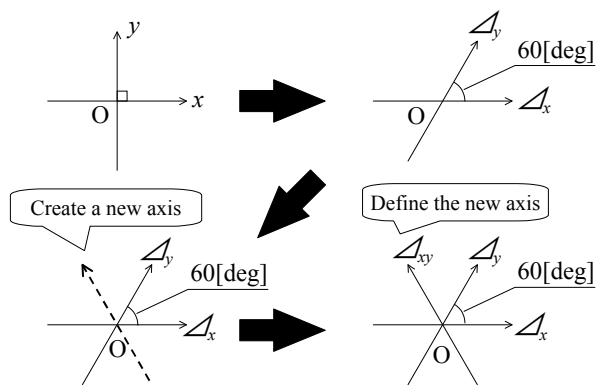


Fig. 2. Definition of the basic axes in the oblique coordinate system.

正四面体を構成する面のうち、 $\angle_x$ 軸、 $\angle_y$ 軸、 $\angle_z$ 軸の3軸を含まない面は $\angle_{xy}$ 軸、 $\angle_{yz}$ 軸、 $\angle_{zx}$ 軸の3軸と平行な軸で構成される。

ところでノードモデルを用いた数学シミュレーションのように、統一した演算手法で連続的に演算をおこなう場合、計算機のプログラムで配列変数を定義し、各ノードに割り当てた番号で対応する配列変数を参照する方法が効率的である。各格子点は、経路の基本長を基準としてその整数倍の斜交座標を設定可能なので、配列変数の添え字で斜交座標を示し、対応するノードの特性値を変数に記録する。配列変数の添え字は3次元で定義可能であるが、配列変数の添え字は一般的に0以上の整数で指定するので、これで単純に格子座標を表現する場合、「第1象限」に存在するノードを取り扱うのに適している。

一方、この斜交座標系では上述のように各軸が直交していないので、直交座標系と比較した場合「第1象限」に区分される領域の範囲は、Fig.3に示すように平面上では2/3であり、立体空間ではさらに小さくなる。このためノードを配置して物体形状を再現するとき、その大きさに応じた領域を使用できるように格子座標を平行移動しなければならない。すなわちこの手法は、物体の形状によって $\angle_x$ 軸、 $\angle_y$ 軸、 $\angle_z$ 軸の各軸方向の移動を考慮の必要があり、これに伴って変数の配列領域を大きく確保するので、計算機の高い演算処理能力が必要となる。この観点から、斜交座標系はノードを配置して数理シミュレーションを行なうために限定的な条件設定が必要であり、汎用的な用途には適していない。

### (3-3) 基本格子の設定による正四面体格子座標系の定義

同一の大きさの球体が稠密に充填している空間内で、任意の球体の中心に設定した原点から、球体と隣接する他の球体の中心方向に直線を設定すると、その直線は隙間なく配置した球体の中心を通過する。この直線を直交座標系のx軸と考え、x軸と直交する直線を考えて、一層おきに球体の中心を通過するような直線を直交座標系のy軸として選択することができる。ここで、Fig.4のようにy軸が通過する2球体と隣接し、かつy軸が通過しない球体の中心を

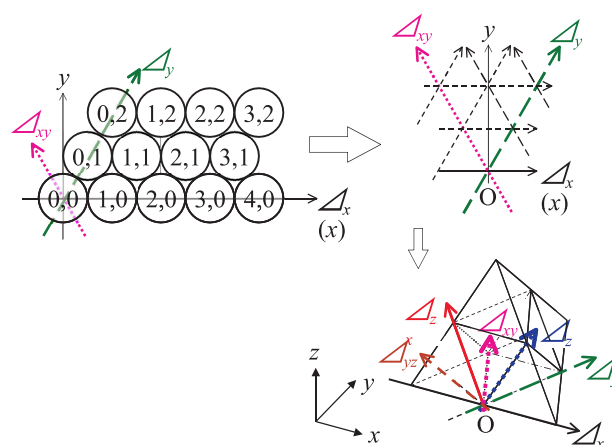


Fig. 3. Definition of the six basic axes on the oblique coordinate system.

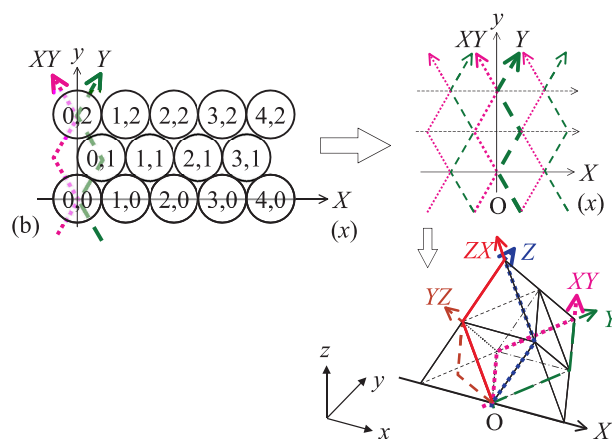


Fig. 4. Definition of the six basic lattices on the regular tetrahedral lattice coordinate system.

経由する折れ線で接続することを考える。この繰り返しのよって形成される連続的な折れ線は、斜交座標系においてy軸に最も近似する。この折れ線を基準として、斜交座標と異なる格子座標を設定すれば、直交座標系と類似の格子座標が定義可能であり、演算のための変数領域を必要最小限とすることができる。

本研究では、上述のように設定した折れ線を基本格子と定義する。x軸および $\angle_x$ 軸は直線であるが、これを例外的にX基本格子(X-lattice)として定義すれば、X基本格子と直交するy軸に最も近い上述の基本格子をY基本格子(Y-lattice)と定義することができる。さらにy軸に対してY基本格子と対称な位置にある折れ線をXY基本格子(XY-lattice)として定義する。同様にして、X基本格子を基準としてZ基本格子(Z-lattice)とZX基本格子(ZX-lattice)を定義し、Y基本格子とZ基本格子で構成されるYZ基準面上でYZ基本格子(YZ-lattice)を定義する。

このように定義した基本格子を基準として各基本格子方向にそれぞれ3つのノードを配置した物体の形状をFig.5に

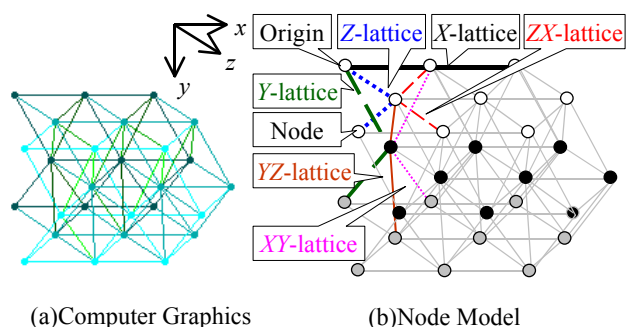


Fig. 5. Relationship between the nodes and basic lattices in the first quadrant (3D-Visualization). (a) Representation of the node array by CG, (b) Correspondence between the basic lattices.

示す。コンピュータグラフィックを用いて3次元的に表したのが Fig.5(a)であり, X基本格子, Y基本格子, Z基本格子およびXY格子, YZ格子, ZX格子の関係を示したのが Fig.5(b)である。ただし, この図におけるXY格子, YZ格子, ZX格子は, XY基本格子, YZ基本格子, ZX基本格子それぞれに平行な, 原点を通過しない格子である。なお, 図中に示した基本格子の色は, Fig.4中の基本格子の色と対応する。

同図において, ノードを円で表しており, Y基本格子方向の格子座標ごとに各ノードを異なる色で示している。すなわち, 同じ色のノードは同一のY格子座標で表現されるZX平面上に存在する。図から明らかなように, 基本格子の定義により, 直交座標系とほぼ同様の領域の範囲を「第1象限」として利用可能である。

このように正四面体を連続配置した格子系に基本格子および格子座標を定めた座標系を, 本研究では正四面体格子座標系 (以下, 本座標系) と定義する。

### 〈3・4〉 正四面体格子座標系における格子座標の設定

上記のように定義したX, Y, Z, XY, YZ, ZXの6本の基本格子とこれらに平行な格子によって空間内に形成される格子点を識別するために, 基本格子を基準とする格子座標を定義する。ここで, 直交座標系の原点と一致するように設定したX基本格子, Y基本格子, Z基本格子の交点を本座標系の原点と定義する。各格子の交差する点が格子点なので, 斜交座標と同様に格子点と格子点の間に存在する経路の長さを基準長として各格子点の座標を指定する。すなわち格子座標は, それぞれの基本格子について, 原点を起点とした基準長の倍数であり, 格子座標は0以上の整数となる。力学系のシミュレーションではノードの位置が移動する可能性があるが, ノードの初期配置の格子座標(X, Y, Z)と記号Nを用いてN(X, Y, Z)と表記する。なお, 一般的な直交座標系の座標変数と区別するために, 本座標系の格子座標変数を大文字で表記する。

y軸方向から見たZX平面と平行な面の重なりと各基本格子の関係を Fig.6に示す。一部のノードの格子座標と各基本格子に平行な格子の進行方向を図中に示している。この方向から見た場合, Y格子座標が偶数の層 (Even Layer) と奇数

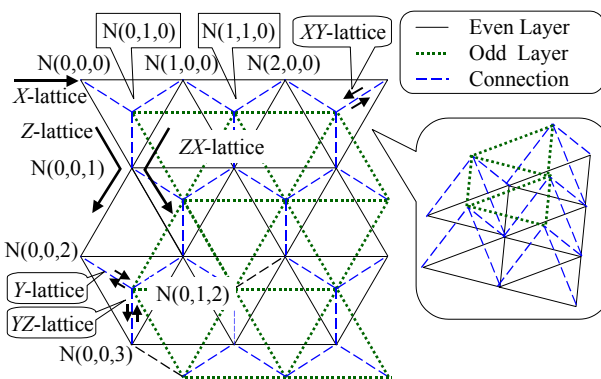


Fig. 6. Lattice coordinates and the direction of the basic lattices.

の層 (Odd Layer) が交互にずれながら積層した構造となる。この配置ではZX平面は直交座標系のzx平面と一致する。Y格子座標ごとの, ZX平面に平行な面をY基本格子, XY基本格子, YZ基本格子が接続する (Connection)。このとき, XY面とYZ面は一般的な平面とにならないが, 本格子座標系における基準面として考える。

〈3・5〉 格子座標を用いた経路の特定 ノードを接続する経路は格子と一致するので, 格子と平行な基本格子名および接続する2つのノードのうち, 格子の原点側に接続するノードの格子座標を用いて経路を識別する。すなわち経路を表す記号C<sub>h</sub>に基本格子の名前を添え字としてハイフンで接続し, 始点となるノードの格子座標を記す。例えば, C<sub>h-x</sub>(X, Y, Z)はノードN(X, Y, Z)とN(X+1, Y, Z)を接続するX基本格子に平行な経路を表す。

X基本格子, Y基本格子, Z基本格子に沿って格子座標を設定するので, これと平行な格子においてはそれぞれX, Y, Zの格子座標のみが単純に増加する。一方, XY基本格子が接続するノードをY格子座標が1増加する方向に進むと, Y格子座標が偶数のノードを始点とする場合はX格子座標が1減少するのに対して, Y格子座標が奇数のノードを始点とする場合はX格子座標が1増加することが Fig.4および Fig.6より明確である。同様にZX基本格子が接続するノードを原点からZ格子座標が1増加する方向に進むと, Z格子座標が偶数のノードを始点とする場合はX格子座標が1減少するのに対して, Z格子座標が奇数のノードを始点とする場合のX格子座標は1増加する。YZ基本格子が接続するノードをY格子座標が1増加する方向に原点から進むと, Y格子座標が偶数のノードを始点とする場合, Z格子座標が1減少する。このとき, Z格子座標が偶数の場合, X格子座標が1減少するのに対して, Z格子座標が奇数のノードを始点とする場合のX格子座標は変化しない。Y格子座標が奇数のノードを始点とする場合, Z格子座標が1増加する。このとき, Z格子座標が偶数のノードを始点とする場合, X格子座標は変化しないが, Z格子座標が奇数のノードを始点とする場合のX格子座標は1増加する。

このように, ノードN(X, Y, Z)について, Y格子座標とZ格子座標がそれぞれ偶数の場合と奇数の場合で, XY基本格

Table 1. Relationship between the lattice coordinates of the nodes and the elements.

Kind of element	Layer		Code	
	Y	Z	Node 1	Node 2
$C_{h-x}$			$X, Y, Z$	$X+1, Y, Z$
$C_{h-y}$			$X, Y, Z$	$X, Y+1, Z$
$C_{h-z}$			$X, Y, Z$	$X, Y, Z+1$
$C_{h-xy}$	even		$X, Y, Z$	$X-1, Y+1, Z$
	odd		$X, Y, Z$	$X+1, Y+1, Z$
$C_{h-zx}$		even	$X, Y, Z$	$X-1, Y, Z+1$
		odd	$X, Y, Z$	$X+1, Y, Z+1$
$C_{h-yz}$	even	even	$X, Y, Z$	$X-1, Y+1, Z-1$
	even	odd	$X, Y, Z$	$X, Y+1, Z-1$
	odd	even	$X, Y, Z$	$X, Y+1, Z+1$
	odd	odd	$X, Y, Z$	$X+1, Y+1, Z+1$

子, YZ 基本格子, ZX 基本格子が接続するノードの格子座標は分岐する。これらの関係を Table 1 に示す。各経路の格子座標はいずれも, ノード 1 を始点としてノード 2 に接続する各基本格子に平行な格子ごとの経路なので,  $(X, Y, Z)$  である。Y 格子座標と Z 格子座標の値によらず, X 基本格子, Y 基本格子, Z 基本格子に平行な経路は決定する。一方, XY 基本格子, YZ 基本格子, ZX 基本格子に平行な経路は Y, Z の値によって, ノード 2 の格子座標が変化し, 平行な基本格子との組み合わせで 11 の可能性があり, その中から 6 の組み合わせが一意に決定する。各格子ごとに  $N(X, Y, Z)$  の前後に経路が接続するので, ノード N に接続する経路は上述のように 12 である。

#### 4. 正四面体格子系における仮想物体の任意形状の設定

〈4・1〉 格子座標と直交座標の対応 多くの場合, 直交座標系あるいは斜交座標系で定義される実座標と格子座標は一致しない。そこで, 格子座標と直交座標系の実座標との対応を表す変換式について述べる。

本座標系の格子点は, 上述の規則にしたがって配置しているので, 直交座標系における実座標  $(x_{real}, y_{real}, z_{real})$  を格子座標  $(X, Y, Z)$  および格子の基本長  $l$  を用いて, 以下の(2)~(4)式で表すことができる。ただし, 本座標系の原点と直交座標系の原点は一致しているとする。なお, 式中で用いた mod は  $A \text{ mod } B$  と記述したときに A を B で除したときの剰余を表す。

これにより, 格子座標系の格子点の位置が一意に決定できるので, 任意の物体の形状に合わせたノードの配置が可能である。

$$x_{real} = [X + \{(Y+1) \text{ mod } 2 + (Z+1) \text{ mod } 2\} / 2] \times l \quad \dots (2)$$

$$y_{real} = Y \times \sqrt{6} / 3 \times l \quad \dots (3)$$

$$z_{real} = [Z \times \sqrt{3} / 2 + \{(Y+1) \text{ mod } 2\} \times \sqrt{3} / 6] \times l \quad \dots (4)$$

#### 〈4・2〉 正四面体格子座標系における物体形状の再現 物体の移動による衝突や, 周辺環境との熱移動など, 物

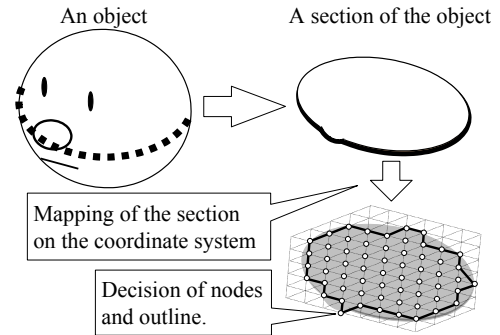


Fig. 7. Arrangement of the nodes according to the shape of the objects' cross-section.

体の存在する周囲の環境と相互に影響を及ぼしあう条件での数理シミュレーションでは, 物体の形状による影響を無視することはできない。ノードを用いる手法では, 経路の基本長を考慮しつつ, 任意の位置関係でノードを配置できるので, 物体形状を再現することが可能である。

上述のように定義した格子座標系では, ZX 平面およびこれと平行な面は Y 格子座標の値により水平方向のズレを生じるが平面内部での高低差が無いので, 直交座標系の水平面と同様に扱うことが可能である。そこで, 数理シミュレーションで取り扱う物体について, Fig.7 に示すように水平方向の断面を考え, その形状を格子座標系に投影する。写像の範囲内にある格子上のノードが, 該当する物体を構成すると定義する。一定間隔で選択した物体の各断面ごとに設定すれば, 格子座標系に物体の形状を再現することができる。

ところで, 格子座標系では経路の基本長や, これによって決定される正四面体の高さなどで離散化をおこなうので, 物体形状を完全に再現しない。しかしながら, 経路の基本長を小さく設定すれば, 精細な形状の再現が可能になり, 数理シミュレーションに影響を与えない程度に物体形状を再現することが可能である。

#### 〈4・3〉 正四面体格子座標系に構築した様々な形状

本座標系において, ノードを任意形状に配置した例<sup>(1)(2)(9)(10)</sup>を Fig.8 に示す。同図(a)<sup>(1)(2)(9)</sup>は X 基本格子, Y 基本格子, Z 基本格子方向に同数のノードを配置して構築した直方体である。同図(b)<sup>(1)(2)(9)</sup>は任意のノードを中心として空間内に球形の領域を指定し, その内部に存在するノードにより構成した球体である。同図(c)<sup>(2)</sup>は Z 基本格子の進行方向の厚さを二層として構成した板状の物体である。同図(d)<sup>(1)(2)(9)</sup>は X 基本格子を中心とする二重円を考え, 外部の円の内側で, かつ内部円の外側にのみ存在するノードを連続的に接続した筒状物体である。同図(e)<sup>(9)(10)</sup>は人体頭部を構成する脳 (Brain), 眼球 (Eye-ball) と, 筋肉や皮膚なども含めてそれらの周囲に存在する頭骨形状 (Skull) を反映し, 実物と相対位置が一致するように配置した物体である。これは等間隔で撮像した MRI 画像に基づいて上述の手法で形状を再現している。汎用的な MRI は 1~10 [mm] 間隔でスライス間隔を設定する

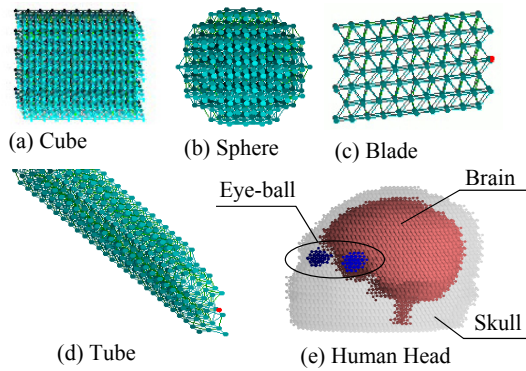


Fig. 8. Various shapes of the objects constructed as collections of nodes.

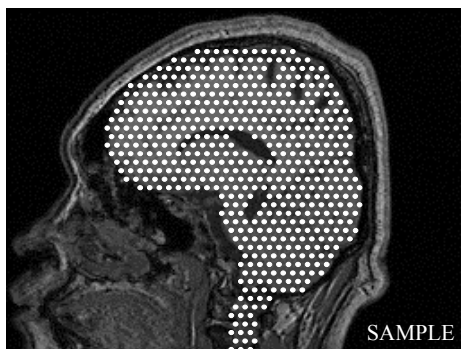


Fig. 9. An example of node placement based on MRI image.

が, 同図(e)ではノード間距離を 6[mm] に設定している。Fig.9 は Fig.8(e)のモデルを構築するために, MRI による頭部矢状面画像の脳領域にノードを配置した一例であり, 概ね MRI 画像と一致している。

ところで多くの生体は基本的な形状が定められるものの, 数 [mm] 程度の微小な変形は常に生じるものであり, この観点からノードの有効半径が 10[mm] 以下であれば, 概ね形状を再現しているとみなすことができる。また, 厳密な形状再現のためにノード間距離を 1[mm] とし解像度を向上しても, 本格子座標系では格子座標の範囲を広く設定して対応可能である。

これらの観点から, 上述した手法を用い, ノードの集合で任意の形状をほぼ再現可能であることが示されている。

### 5. 直交座標系を用いたノード配置法との比較

**〈5・1〉 直交座標系に配置したノードの非等価性** 一般的に用いられる直交座標系では  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸の 3 本の基準軸のうち任意の 2 軸がそれぞれ直交するので, 最小限の基準軸で空間を等角度に分割する。次元の数と基準軸の数と一致するので, 座標指定は直感的に理解しやすい。

直交座標系に設定した格子座標を用いた多くの数理シミュレーションでは, Fig.10 のように 1 つのノード①を立方体の共通の頂点とする 8 つの立方体の各頂点との相互作用を計算する。直交座標系は  $x, y, z$  の 3 軸およびこれと平行な軸で

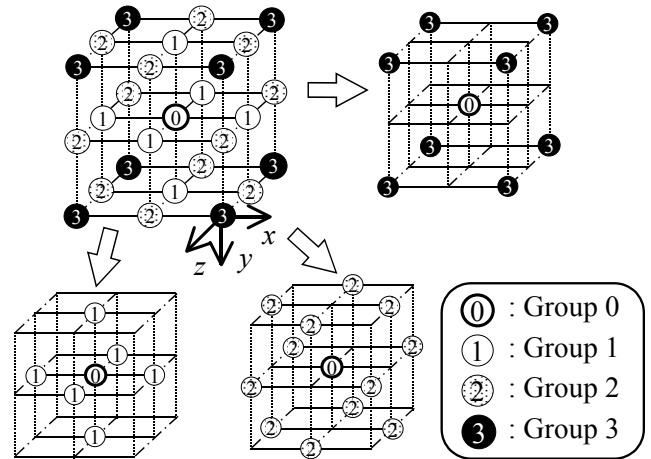


Fig. 10. Relation among the nodes in the orthogonal coordinate system.

格子の形成が可能であるが, ノード①と相互作用する周囲のノードは, ノード間の距離により, 立方体の辺で接続するノード①群, 平面对角線で接続するノード②群, 立体対角線で接続するノード③群に分類される。ここで, ①群は 6 個, ②群は 12 個, ③群は 8 個のノードで構成される。

本研究では, 〈2・1〉節で述べたように演算を統一するために全てのノードを均一とし, その影響する範囲が接触している場合に相互作用が生じると考えた。したがって直交座標系の①群が隣接して接触するノードの距離であると考えれば②群および③群は接触しないので, (1)式に示した原則から, これらとの間に相互作用を生じないと考えなければならない。したがって①群のみ考慮した演算を行なうので本座標系と比較して演算量は減少する。このとき, ②群および③群の影響はそれぞれと接触する位置のノードを経由して 1 時刻, あるいは 2 時刻遅れでノード①に伝達する。

しかしながら四面体構造を前提として, 正四面体と直角三角錐を組み合わせて立方体を構成する場合<sup>(6)</sup>は, 各群の距離を念頭に置いて②群のノードとの相互作用も考慮する。このとき, ②群は時刻  $t$  における直接の影響と①群を経由して時刻  $t+1$  における間接的な影響の 2 段階の影響がある。このため(1)式で示した差分方程式と前提条件が異なっており, 各格子の長さが本座標系と同一で, 同程度の密度でノードを配置する場合は, 演算量も増加する。また, 時間遅れに伴う影響により, 演算誤差の可能性を考慮しなければならない。また③群のノードの影響も考慮する場合もあることが示唆されている<sup>(6)</sup>が, 四面体の組み合わせで立方体が構築されているという前提が無視されているだけでなく, ③群は②群と①群を経由して時刻  $t+1, t+2$  における間接的な影響を含めて 3 段階の影響を与えるので, 時間遅れに伴う影響は②群のみを考慮する場合より大きくなる。

さらに, 四面体構造はマクスウェルの公式<sup>(11)</sup>により安定構造であり, 立方体構造は不安定構造であることが証明されている。したがって力学モデルによる形状変化を考慮する場合, 適切なパラメータが設定されていれば, 四面体構

造は形状の維持が可能であるが、立方体構造は形状の維持が不可能となる場合がある。また、四面体構造は必要な最低限のトラス構造で形状を維持するので、相互作用の多重経路が存在せず、規則的な演算を実現する。

これらの観点から、直交座標系で形成した格子座標は、ノード間の対応関係が直感的に理解しやすい利点がある。一方、形状維持や演算の統一が困難であるので、数理シミュレーションの効率化に不適切な場合も考えられる。

#### 〈5・2〉 ノードの充填率から見た空間利用率の比較

球状のノードは接点で接触して、球面で周囲を囲まれた空間を形成する。この空間はどのノードにも含まれない領域なので、領域内の状態は演算不可能である。

本座標系は上述したように稠密六方格子であるので、ノードの充填率は約 74% である<sup>(16)</sup>。一方、直交座標系において Fig.9 に示したような格子点にノードを配置して、格子内部や格子面にはノードが配置していない構造の場合、ノードの充填率は約 52% である。すなわち、本座標系は直交座標系と比較して演算不可能な領域を約 55% 減少する。

ノードの半径が十分小さい場合は、隣接するノード間の差分がほとんど生じないことに加え、上述したように生体では形状の誤差が生じることを念頭におくので、演算不可能な領域内の状態は周囲に存在する任意のノードと演算誤差の範囲で同一であるとみなすことができる。

これらの観点から、本座標系は生体数理シミュレーションにおいて、空間内の大部分の領域を演算可能範囲とする手法である。

#### 〈5・3〉 座標系ごとの数理演算の精確性評価の手順

座標系の違いによる演算結果の精確性を検討するために、脳内温度分布の可視化システム<sup>(10)(14)</sup>を用いて、選択式脳低温療法で脳の温度管理をおこなう場合を想定した数理シミュレーション、および人体頭部模型<sup>(13)</sup>を用いた模擬実験の結果を比較する。すなわち数理シミュレーションでは Fig.11 で示した人体頭部数理モデルにフーリエの熱伝導の法則<sup>(16)</sup>を適用して脳内温度分布を計算し、外部からの入力を想定して脳温制御をおこなう。具体的には  $X, Y, Z$  の各方向に  $40^3 (=64000)$  のノードを設定し、脳 (Brain)、皮膚 (Skin)、頭骨 (Skull)、眼球 (Eyeball)、血管 (Blood vessel)、脳脊髄液 (Cerebrospinal fluid) の 6 つの臓器に分類する。これらに属さないノードは周辺の空気 (Air) を表現する。各臓器および空気の熱容量、熱移動係数、初期温度および初期代謝熱発生量は文献値<sup>(10)</sup>とする。初期状態から脳の代謝が 2 倍になって脳温が 39℃ まで上昇した時点で、温度目標設定値を 35℃ とする選択式脳低温療法での脳温管理を開始する。選択式脳低温療法では、本間<sup>(14)</sup>が提案した単純冷却から制御理論に基づく温度管理に切り替える冷却モデルを適用し、制御理論は適応ゲイン制御と積分制御を組み合わせた制御則<sup>(17)</sup>とした。選択式脳低温療法では、温度調整したリンゲル液を脳に向かう栄養血管の一部に流入し、これ以外の血管から流入した体循環温度の血液と混合して温度調節された血液が、脳内を循環しつつ熱交換して脳内の熱を洗

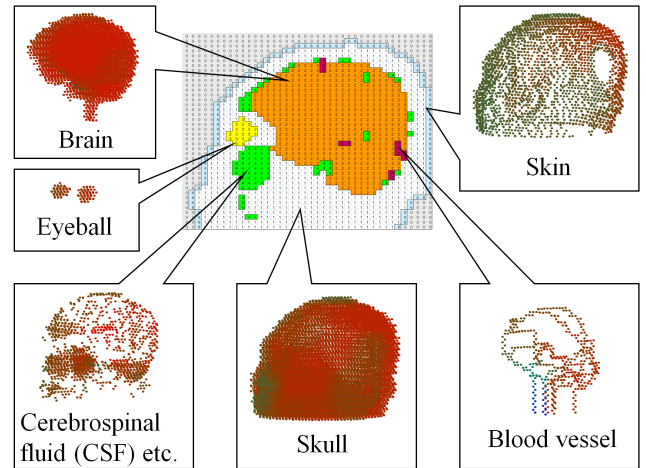


Fig. 11. Classification of brain tissue model.

い出す。本シミュレーションと模型実験ではいずれも左右の内頸動脈に温度調整したリンゲル液を流入し、左右の椎骨動脈には体循環している 37℃ の血液が流入するとした。リンゲル液の温度調整はあらかじめ用意した冷水と温水を任意の温度で混合する温度調整槽内の熱交換器でおこなう。冷水と温水を循環するポンプの流速は模型実験装置に取り付けた部品のカタログ値とした。冷水と温水が循環して温度変化した場合、冷水槽と温水槽でそれぞれ冷却器と加温器で設定温度に戻すように冷却・加熱する。冷却器と加温器の能力は実験装置の部品のカタログ値とした。実験の経過により冷水と温水の製造が間に合わない場合は、調整可能な温度範囲内でリンゲル液の温度を設定する。なお、数理シミュレーションにおいては、冷水槽と温水槽の温度分布を考慮しないコンパートメントモデルで計算する。また、数理シミュレーションの 1 サイクル当たりの時間間隔は 1 [sec] に設定した。

数理シミュレーションのプログラムは Microsoft 社の Visual C++ 2010 Express で作成し、一般的な PC (Windows 7, CPU: Core i5-3320M (2.60GHz), 3.20GB Memory) で実行した。

数理モデルには本座標系および直交座標系のそれぞれを適用し計算する。演算精度を向上するため、直交座標系については上述した③群まで考慮する。ノード間の距離に依存する熱移動係数<sup>(10)</sup>のみ適切に調整し、これ以外の演算条件は同一とする。なお、数理シミュレーションにおける空気の温度は、模型実験での実測値に基づいて  $25 \pm 1^\circ\text{C}$ 、周期 1.5 [hour] で振動する正弦波で近似し、 $\pm 0.1^\circ\text{C}$  の白色雑音を考慮した。人体頭部模型はこのモデルと同一形状に製作し、同一のアルゴリズムで温度制御の実験をおこない模型脳内の温度を実測する。数理シミュレーションおよび模型実験では観測雑音の影響を考慮して、 $0.2^\circ\text{C}$  の不感帯を設定した。

#### 〈5・4〉 座標系ごとの数理演算結果と模型実験実測値の比較

各演算結果および実測値を Fig.12 に示す。各シミュレーションと模型実験では、脳内温度が目標値  $+0.3^\circ\text{C}$  の時点から温度制御を開始するので、各結果の時刻 0 を合わせて示している。数理シミュレーションにおける 20000 [sec]



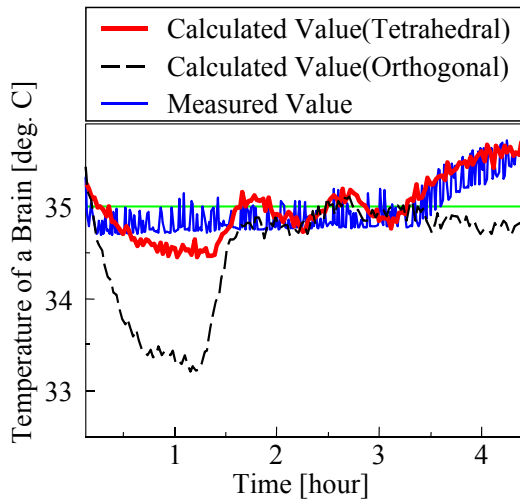


Fig. 12. Comparison of two mathematical simulations by the different coordinate systems and model experimental measurements.

相当の演算にかかった時間は、本座標系で約 384[sec]、直交座標系では約 495[sec]であった。

模型実験では開始後 3 時間を経過した時点で冷却水の温度が上昇し、温度管理が不可能になって脳温が上昇しているが、本座標系でおこなった数理シミュレーションではこれに追従していることが示されている。一方、開始後 0 から 1.5[hour]においては、模型実験の結果より最大 0.2°C程度下回っている。これは、この期間より前の時間帯でおこなっていた単純冷却による行き過ぎ量 (under shoot) が、模型実験より大きいことを示している。冷却器は数理シミュレーションと同一の能力であるが、実験装置の冷水槽は大気との熱交換を生じて設定温度 (5°C) より若干上回っている。これに対して、数理シミュレーションでは、冷水槽の動態についてはコンパートメントモデルとし、大気との熱交換を考慮せず、また冷却器の効率も 100%なので、設定温度まで完全に温度低下する。脳温管理の単純冷却時には、リンゲル液の温度が冷水温度とほぼ一致するので、数理シミュレーションでは冷却効果が模型実験を上回ったと考えられる。しかしながら全体を通して、実測値との誤差は最大でも±0.5°C以内に収まっており、模型実験の結果を良好に再現しているとみなすことができる。一方、直交座標系では実測値との差が最大で 2°Cになる場合もあり、上述の脳温上昇も追従していない。このため、一定程度の再現性は認められるものの、良好に再現しているとは言い難い。これらの結果から、直交座標系と比較して本座標系は実測値に近い、より正確な数理シミュレーションを実現していることが示されている。

**〈5-5〉 正四面体座標系によるシミュレーションの有用性の検討** 本座標系では、安定構造である正四面体を連続配置しつつ、一定の規則に従って形成される基本格子を用いて直交座標系とほぼ同等の空間利用を実現している。このとき、格子点に配置する各ノードの実座標は格子座標

を用いて決定するので、任意形状の構築が容易である。この座標系の格子点に配置されるノードは基本的に直交座標に等価で、かつ稠密であり、ノードを接続する経路は格子点を接続する各格子と一致する。

1つのノードに隣接するノードの数は 12 であり、直交座標系と比較して、統一的な手順により規則的にエネルギーの伝達を考慮する。ノードの充填率も直交座標系より高いので演算不可能な領域も減少しており、演算精度は維持もしくは向上していると考えられる。その一方で、Y, Z 基本格子は格子点ごとに進行方向が変化する折れ線であるので、直交座標系の軸に対応しない XY, YZ, ZX 基本格子およびこれと平行な格子に配置する経路は、直線で定義される座標軸で定義される座標系と異なり、座標の単純増加で順次特定することができない。しかしながら、その始点の Y, Z の格子座標の値により特定可能な一定の法則性が確認されているので、演算プログラムに組み込んで、自動的に決定することが可能である。したがって、この座標系を利用した数理シミュレーションの実現は容易である。

また、空間内に格子点を設定せず、物体の形状に応じてノードを配置するフリーメッシュ法<sup>(4)(5)</sup>と比較して、非生体の固定形状を再現する場合、本法は形状に若干の誤差を生じる場合がある。しかしながら本法で対象と考えている生体は形状が数 cm 単位で経時変化する場合があるので、ノード間距離を必要に応じて設定すれば、形状変化を誤差の範囲内とみなして、対象の基本形状を十分再現すると考えられる。

模型実験の結果と数理シミュレーションを比較した結果から、本座標系は直交座標系と比較してより良好に実測値を追従することが示唆されている。直交座標系では各ノードごとに 26 の経路を計算しているのに対して、本座標系では 12 の経路を計算しており、演算量の低減によりシミュレーションの演算時間も短縮されている。演算時間には各座標系で共通する描画時間なども含むので、単純に半減するわけではないが、演算量自体は半分以下に減少しつつ演算精度が高いことが示されたと考えられる。この理由として上述したように、直交座標系ではノードを 3 段階に伝わってくる影響で生じる時間遅れにより、温度制御のための操作に対して応答が遅くなることが考えられ、0 から 1.5[hour]における過冷却が本座標系と比較して大きくなったことや、3.5[hour]以降のズレの原因と考えられる。また、ノードの充填率の違いによる誤差の影響も考えられる。

模型実験においては A/D 変換器の観測誤差を考慮して 0.5°C以内の誤差は概ね一致していると判断しているが、実験装置についても本座標系で考慮した機器モデルを考慮すれば、この時間帯についての演算誤差も一層小さく考えられ、今後の検討課題である。

また、Fig.12 で示した結果の他、本研究と同様に正四面体の連続配置で数理モデルを構築した研究<sup>(10)(13)(14)</sup>では、それぞれ温度制御のアルゴリズムが異なる場合でも、数理シミュレーションの結果と模型実験の測定値が比較的良好に一致

することが示されている。したがって本結果と合わせて、本研究で提案する演算手法は実用上、十分に有効であると判断できる。

## 6. おわりに

本研究では、ノードモデルを扱う様々な生体数理解シミュレーションに応用可能な正四面体格子座標系を提案した。この座標系は形状の指定が容易な直交座標系と安定構造である斜交座標系の利点を併せもつので、物体の形状を再現しつつ数理解モデルを配置して行う数理解シミュレーションの目的に適した格子座標系である。また、隣接するノード数が必要最小限であるので、相互作用を計算するための演算量は減少し、稠密かつ等価なノード配置は状態変化の連続的な分布状態を実時間で可視化するのに適している。さらに立方体格子に四面体を配置する場合と比較して、規則的に相互作用を考慮するので、論理的な矛盾が存在しない。

本方法は、ノードを均等に配置するので形状再現が厳密ではないが、生体の経時的な形状変化を考慮し、ノード間距離を十分小さくすれば、実用上、様々な数理解モデルに適用が可能である。なお、空間内の大部分の領域を演算可能範囲とするので、連続的な状態分布の可視化が可能である。力学モデル<sup>(1)(2)(9)</sup>と熱力学モデル<sup>(10)(13)(14)</sup>への本方法の適用は実証されており、種々の生体数理解シミュレーションを行うためのプラットフォームとして利用できる利点を兼ね備えている。さらに、本研究は発展的に、物質移動による濃度分布計算などにも広く応用可能な、汎用性のある有効的な手法になり得るものである。すなわち、ライフ・イノベーションにおける革新的な医療技術の安全性・有効性を確認するための標準的な評価方法の基礎としても有用である。

本研究の一部は JSPS 科研費 JP17K01405 の助成を受けたものである。

## 文 献

- (1) 若松秀俊・本間 達：「バーチャルリアリティにおける力覚表示とその応用」, 共立出版 (株), 東京 (2011)
- (2) S. Honma and H. Wakamatsu : “Distortion and Destruction of Virtual Objects Using Various Kinds of Haptic Systems”, *Journal of The Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.51, No.10, pp.968-982 (2012) (in Japanese)  
本間 達・若松秀俊：「仮想物体を変形・破壊する力覚表示システムの研究」, 計測と制御, Vol.51, No.10, pp.968-982 (2012)
- (3) ZHU Liang and DIAO Chenguang : “Theoretical simulation of temperature distribution in the brain during mild hypothermia treatment for brain injury”, *Medical & Biological Engineering & Computing*, Vol.39, pp.681-687 (2001)
- (4) H. D. Brian, C. E. Robert, S. D. George, et al. : “Finite element simulation of cooling of Realistic 3-D human head and neck”, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol.125, No.6, pp.832-840 (2003)
- (5) M. Yassene and F. V. Janko : “A finite element method model to simulate laser interstitial thermo therapy in anatomical inhomogeneous regions”, *Biomedical Engineering Online*, Vol.4, No.2 (2005)
- (6) F. Hansmartin, H. Sophia, S. Aldo, et al. : “Tetrahedral mesh generation based on space indicator functions”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.93, No.10, pp.1040-1056 (2013)

- (7) B. Isabelle, P. Jeremie, and G. Line : “A new characterization of simple elements in a tetrahedral mesh”, *Graphical Models*, Vol.67, pp.260-284 (2005)
- (8) S. Manuel : “Real-time isosurface extraction with view-dependent level of detail and applications”, *Computer Graphics Forum*, Vol.34, No.1, pp.103-115 (2015)
- (9) H. Wakamatsu and S. Honma : “Construction and Manipulation of Virtual Continuum Object Using Visco-Elasto-Plastic Tetrahedron Elements for Haptic System”, *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, Vol.5, No.4, pp.738-746 (2011)
- (10) S. Honma, Y. Takagi, and H. Wakamatsu : “3D-visualized model of temperature distribution in the brain for the investigation of brain cooling effect”, *Electronics and Communications in Japan*, Vol.97, No.11, pp.56-64, November (2014)
- (11) 半谷裕彦・川口健一：「形態解析 一般逆行列とその応用」, 培風館, 東京 (1991)
- (12) C. Kup-Sze, S. Hanqiu, and H. Pheng-Ann : “An efficient and scalable deformable model for virtual reality reality-based medical applications”, *Artificial Intelligence in Medicine*, Vol.32, pp.51-69 (2004)
- (13) Y. Takagi, S. Honma, H. Wakamatsu, et al. : “Comparison of brain temperature distribution between mathematical and solid models of head thermal characteristics”, *Electrical Engineering in Japan*, Vol.193, No.2, pp.58-68 (2015)
- (14) S. Honma and H. Wakamatsu : “Control Methods for the Precise Brain Temperature Management in Selective Brain Hypothermia Therapy”, *IEEJ Trans. EIS*, Vol.136, No.4, pp.525-531 (2016) (in Japanese)  
本間 達・若松秀俊：「選択式脳低温療法における精密な脳温管理のための制御システム」, 電学論 C, Vol.136, No.4, pp.525-531 (2016)
- (15) S. Honma and H. Wakamatsu : “Proposal of regular tetrahedron lattice coordinate system for a mathematical description of various simulations”, *The Special Interest Group Technical Reports of IPSJ*, Vol.2014-CG-156, No.3, IPSJ-CG14156003 (2014) (in Japanese)  
本間 達・若松秀俊：「様々な数理解シミュレーションに応用可能な正四面体格子座標系の提案」, 情報処理学会研究報告, Vol.2014-CG-156, No.3, IPSJ-CG14156003 (2014)
- (16) 大木道則・大沢利昭・田中元治, 他編：「化学大辞典」, 東京化学同人, 東京 (1989)
- (17) 本間 達・若松秀俊：「適応ゲインと積分制御による選択的脳低温制御」, 平成 29 年電気学会全国大会講演論文集, Vol.3, pp.2-3 (3-002) (2017)

付 録

四面体を直交座標系に配置するために、様々な方法が提案されている。ここでは、従来提案されてきた方法を、著者らの立場からコメントを交えて図的に概略解説する。

立方体の各面の対角線を接続して構成される正四面体は Fig.A-1 に示すように立方体の4つの頂点を共有する。この

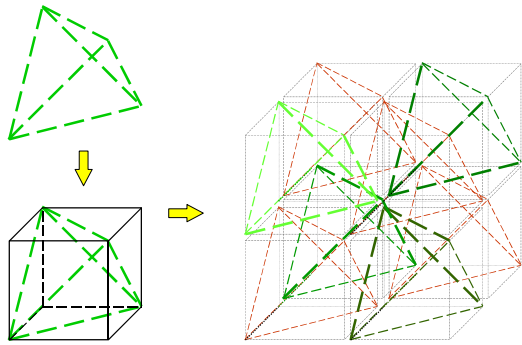


Fig. A-1. Continuous arrangement of the cubic structure which is inscribed a regular tetrahedron.

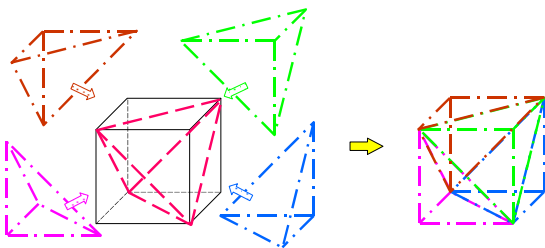


Fig. A-2. Cubic structure that is constructed with a regular tetrahedron and four right angle triangular pyramids.

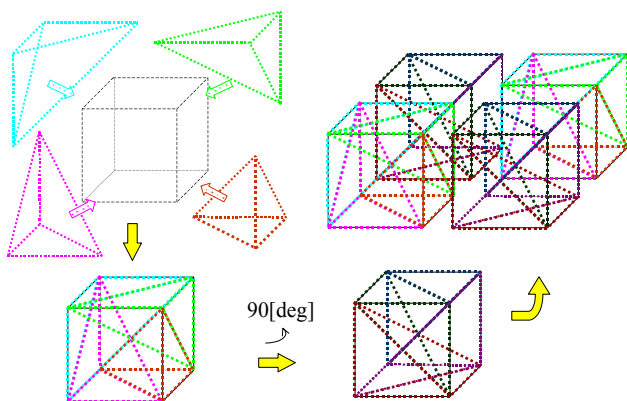


Fig. A-3. Continuous arrangement of cubic structure which includes four tetrahedrons that consist of three kinds of diagonal lines.

立方体を連続配置すると、四面体が共有しない立方体の頂点を、他の立方体内部の四面体が共有しながら四面体格子を形成することが可能である。この四面体格子の格子点は本文中②群のノード群に対応する。しかし、図中緑の破線で示した正四面体格子と、茶の破線で示した正四面体格子は頂点を共有しない。すなわち立方体の一辺は正四面体の一辺より短い距離で、二つの四面体格子は近接しているが、それぞれに属するノードから相互作用が伝達することはない。

上述の問題点を解決する方法の一つとして、Fig.A-2 に示すように正四面体の各面に直角三角錐を配置して立方体を構成する手法が提案されている<sup>(6)</sup>。直角三角錐は正四面体と共有しない各面の辺が立方体の各辺と一致するので、この立方体を連続配置して構成される格子点は本文中①群と②群のノードに対応する。

立方体の立体対角線におけるノードの相互作用を考慮するために、Fig.A-3 に示すように正四面体を考慮せず、立方体の辺・各面の対角線（以下、平面对角線）・立方体の対角をつなぐ対角線（以下、立体対角線）で構成される三角錐を4つ配置して立方体の各頂点に配置したノード間の相互作用を考慮する手法も提案されている<sup>(6)</sup>。図に示したのは配置の一例である。この立方体を連続配置して構成される格子点は本文中①群・②群・③群のノードに対応する。この立方体を回転しながら連続配置すると、全てのノード間の接続を考慮することができる。

これらに不足している点を考慮することにより、本論文のような表現法を採用するに至った。

**本 間 達**（正員）1969年3月26日生。1993年日本大学理工学部卒業，1997年東京医科歯科大医学部卒業，2002年同大学大学院保健衛生学研究科博士後期課程修了。2003年東京医科歯科大学大学院保健衛生学研究科助手。2004年同大学大学院同研究科助教。現在に至る。博士（保健学）。



**若 松 秀 俊**（非会員）1946年11月15日生。1972年，横浜国大修士課程修了。同年，東京医科歯科大学助手。足利工業大学助教授，福井大学工学部教授，東京医科歯科大学大学院保健衛生学研究科教授を経て，現在東京医科歯科大学名誉教授。1973～1975年，ドイツ連邦共和国学術交流会（DAAD）給費により留学。Erlangen-Nürnberg大学医学部客員研究員。文部省派遣米国オレゴン州立大学コンピュータサイエンス学部客員教授。工学博士。

