

粘弾塑性固体と流体を統一的に扱う数学モデル

An integrated description for visco-elasto-plastic solid and fluid model

本間 達¹⁾, 若松 秀俊¹⁾

Satoru HONMA and Hidetoshi WAKAMATSU

1) 東京医科歯科大学 大学院保健衛生学研究科
(〒113-8519 東京都文京区湯島 1-5-45, hommtec@tmd.ac.jp, wakamatsu.bse@tmd.ac.jp)

Abstract: Various physical models have been proposed to represent the dynamics of objects in the virtual environment. In many cases, it is intended to represent the limited situation as solid or fluid. On the other hand, the visco-elasto-plastic solid model was proposed to represent the deformation and destruction of solid materials. A solid and fluid model is newly developed based on the solid model. The new model enables us to calculate the dynamics of solid and fluid at the same time by an integrated algorithm. Thus, some biological objects constructed by visco-elasto-plastic solid and fluid model can be used in the virtual environment.

Key Words: mathematical model, visco-elasto-plastic model, solid, fluid

1. はじめに

仮想空間内の物体の動態を表現するために、様々な数学モデルが提案されている[1]. 例えば固体の弾性変形を表現するために粘弾性を考慮したモデルは多く、これに塑性を追加して連続的に様々な形態の破壊を表現する粘弾塑性固体モデルも提案されている[2]. また流体を表現するのに適した手法の一つとして粒子法があり、様々なシミュレーションに応用されている[3]. 多くのモデルは、連続的な演算を前提として、適用範囲を限定して物理法則を簡略化し、目的とする動態の表現を実現している. このため、例えば、固体の粘弾塑性変形と流体の流動的な動態を一つのモデルで同時に表現することは困難であり、多くの場合、複数のモデルを組み合わせることで演算が行われてきた. 一方、力覚表示システムなど、操作者が仮想空間内に作用するシステムでは仮想環境内の時間と実時間の一致が望ましく、演算・描画の時間を短縮するために一つのモデルで表現することが望まれている. ところで、固体と液体が混在して構成する物体は多く、例えば生体を仮想空間に再現する場合には、弾性体に内包されている液体との複合的な作用による粘弾性を考慮する必要がある.

これらの観点から、粘弾塑性固体と流体を統一的に取り扱う数学モデルが必要であり、このために従来の研究で開発してきた粘弾塑性固体モデルを拡張した新しいモデルを提案する. すなわち、パラメータのみを変更した同一の演算アルゴリズムで弾性変形からの破壊、及び破壊され粒状に細分化された状態を流体とみなして、その動態を表現することで粘弾塑性固体と流体を同時に表すモデルを提

案する.

2. 粘弾塑性固体-流体モデルの構築

2.1 粘弾塑性固体モデル

物理法則に基づいて物体に生じた形状変化が弾性限界を越えて元の形状に戻らなくなり、破壊に至るまでの動態を連続的に表現する粘弾塑性固体モデルを提案してきた[2]. このモデルは粘弾性を表現する Kelvin-voigt モデルを基礎として、折れ線で近似的に表現した塑性を組み合わせたモデルである. 初期状態で、正四面体を連続的に配置した格子の格子点にノードを設定し、ノード間を均一の長さ、すなわち正四面体の一辺の長さ L をもつ要素で接続する. ノードは質量、すなわち質点を表現し、要素は粘弾塑性の物性を表現する. 正四面体格子構造では、各ノードに接続する要素の最大数は 12 であるが、構築する物体の形状とノードの配置により、ノードごとに接続する要素の数は異なる. すなわち 12 の要素と接続していないノードは物体の表面もしくは内部の空洞表面などに位置するので、他のノードと相互作用する可能性があると考えられる. このとき該当するノード間の距離を考慮し、一定の距離より小さい場合、接触の可能性を考慮する. この距離を接触距離 (Collision distance) として定義したが、接触距離内に該当するノードが複数存在する場合には、最も距離の小さいノード間で接触し、相互作用を生じると考えた. 固体同士の接触ではノード間で完全弾性衝突するとし、接続する要素のもつ物性で物体全体の反発係数 (Coefficient of restitution) が決定する.

2.2 粘弾塑性固体モデルの拡張による流体の表現

上述の固体モデルで、接続する要素が0である質点には、他の質点と相互作用する可能性がある。しかしながら、固体のみを扱う場合、演算量を減少するために、該当する質点の動態について演算しないように設定した。なぜならば要素と接続しない質点は、エネルギーが減衰しないので、衝突を繰り返す可能性を考慮したからである。しかしながら、本研究では、接続する要素が0である質点は、流体を表現すると定義し、流体の質点についても固体を構成する質点と同様に相互作用を考慮する。要素と接続していない質点は物性を表現することができないが、質点間の相互作用を考えるとときの反発係数が、物性を間接的に表すので、上述した質点の衝突については非弾性衝突、すなわち反発係数が0以上1未満であるとする。このとき衝突によって、要素と接続していない質点の運動エネルギーは減衰するので、すなわち粘性を考慮する場合と同様の表現が可能になる。また、質点の衝突を判定する基準であった接触距離を、固体モデルで定義した値より大きな任意の値で定義する。これは変形によって拡大した固体モデルのすき間から流体モデルが入り込むことを避けるためである。この手法により、例えば容器内部で流体を構成する質点同士が定義した距離を保つように移動し、流体の体積を表現することが可能になる。これらの概念を図1に示す。

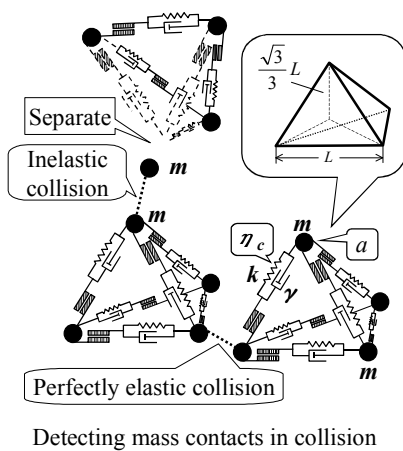


図1 固体同士もしくは固体と流体の相互作用の概念

3. 統一モデルによる固体と流体の相互作用の表現

上述のモデルで構築した長方形の固体に、球形の流体が落下するシミュレーションの結果を図2に示す。流体を表すノードの質点は固体の25倍とした。流体モデルの反発係数と接触距離について検討するために、それぞれ図中に示した値に設定した。それ以外の条件は同一とし、それぞれシミュレーション開始0.8秒後の様子を示している。

同図(a)から(d)に示したように、いずれの図でも固体と流体が衝突した部位で、従来モデルと同様に、外力による固体の変形を生じている。これらにより、固体モデルを拡張した流体モデルが、従来モデルと同様に相互作用し、これ

に伴う変形・破壊を表現可能であることが示されている。

ところで、同図(a)と(b)、(c)と(d)を比較すると、反発係数が同値で接触距離が大きい(a),(c)は、(b),(d)と比較して流体のノードが盛り上がり流れている様子が表現されている。また、同図(a)と(c)、(b)と(d)を比較すると、接触距離が同一でも反発係数が小さい(a),(b)は流体のノードの跳ね上がりが少なく、エネルギーの減少を示唆する様子が表現されている。

これらより、反発係数の調整で粘性と同様にエネルギーの減衰を考慮することが可能であることを示されており、また、接触距離は、流体のノードの広がり方に影響し、体積や表面張力を表現することが示されている。

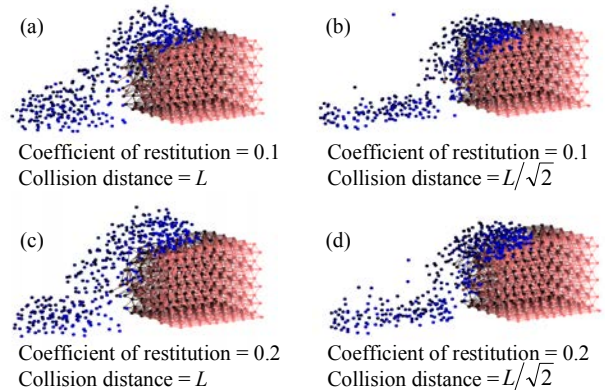


図2 反発係数と流体の接触距離の違いによる表現の変化

4. おわりに

本研究では、粘弾塑性固体モデルを基礎に、要素との接続が0であるノードを流体として定義するとして、拡張したモデルを提案した。このモデルは同一の演算手法を用いつつ、従来のモデルで定数として規定していた接触距離および、質点の反発係数を、物性を表すパラメータとして扱うことで、固体のみならず流体の表現も可能であることを示した。このモデルは固体と流体が混在する、生体などの表現に有効である。一方、反発係数および接触距離については、従来用いてきた物性を表すパラメータとの関係については検討していない。パラメータ間の関係や、物理学的な意義については、今後の検討課題である。

参考文献

- [1] 若松秀俊, 本間達: パーチャルリアリティにおける力覚表示とその応用, 共立出版株式会社, 2011 初版, 東京
- [2] 本間達, 若松秀俊: 粘弾塑性体モデルで表現した物体間の相互作用による破壊, 計測自動制御学会論文集, Vol.44, No.7, pp.600-608, 2008
- [3] 越塚誠一: 粒子法シミュレーション—物理ベース CG 入門, 培風館, 2008 初版, 東京